



Ошибка! Неизвестное имя свойства
документа.

Державне підприємство
«Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»

**ДИНАМІКА СЕРВОМЕХАНІЗМІВ
РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ.
ІНЖЕНЕРНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ**

Навчально-методичний посібник

Розробник

Провідний науковий співробітник
к.т.н. КОЗАК Л.Р.

Дніпро

2022

ЗМІСТ

стор.

1. Вступ.....	3
2. Визначення вимог до енергетичних характеристик приводів.....	4
3. Основні методичні висновки про визначення необхідних енергетичних характеристик приводів	32
4. Дослідження стійкості гідравлічних сервомеханізмів.....	34
5. Геометрія золотника, статичні характеристики та динамічні властивості гідроприводу.....	41
6. Повна математична модель гідравлічного сервопривода	53
7. Застосування гідравлічних сервомеханізмів у вантажопідіймальній техніці	67
8. Навантажувальні стенди	73
9. Динаміка електроприводів	81
10.Бібліографічні посилання	98

ВСТУП

Сервомеханізми (слідкувальні приводи, сервоприводи) застосовують у багатьох сферах людської діяльності: в промислових і сільськогосподарських машинах і устаткуванні, у військовій і аерокосмічній техніці. Тисячі інженерів і фахівців проєктують, виготовляють, досліджують і експлуатують сервомеханізми, різні за своєю конструкцією, характеристиками та призначенням.

Існує велика кількість науково-технічної літератури, присвяченої проєктуванню приводів і дослідженню динаміки сервомеханізмів, проте часто на практиці скористатися цими дослідженнями дуже важко, або через складність і громіздкість викладень, або через невизначеність у значеннях багатьох найважливіших коефіцієнтів у рівняннях і формулах. Тому в практиці створення сервомеханізмів набули широкого поширення емпіричні методи визначення їхніх статичних і динамічних характеристик, методи проб і помилок, а також повсюдне використання досвіду попередніх розроблень.

Ракети та літальні апарати різних класів як об'єкти керування є досить складними багатопараметричними системами з великою кількістю степенів вільності. Так, у рівняннях збуреного руху рідинних балістичних ракет і ракет-носіїв ураховують коливання компонентів палива в баках, декілька тонів пружних коливань корпусу, коливання керувальних двигунів на пружній підвісці та великий набір збурювальних дій, починаючи від турбулентності атмосфери та закінчуючи численними збуреннями від випадкових похибок виготовлення ракети.

Алгоритми керування ракет побудовані на досить тонкому балансі, що забезпечує стійку взаємодію всіх цих осциляторів між собою і рухом ракети як «твердого» тіла. Тому в ракетно-космічній і авіаційній техніці до сервомеханізмів ставлять особливо жорсткі вимоги до точності виконання команд, швидкодії та надійності, які істотно впливають на запаси стійкості та надійність польоту ракет.

Сервомеханізми є кінцевою, виконавчою ланкою систем автоматичного керування з дуже великим коефіцієнтом посилення сигналу за потужністю. Вони ж є основним джерелом різного роду нелінійних залежностей у рівняннях руху, які різко ускладнюють теоретичний аналіз стійкості літальних апаратів і синтез алгоритмів керування. Точне, апріорне знання основних статичних і динамічних характеристик сервомеханізмів є необхідною умовою успішного проєктування систем керування та стабілізації таких складних динамічних об'єктів.

В основу матеріалів методичного посібника покладено практичні результати досліджень динаміки сервомеханізмів (сервоприводів) різних ракет, створених КБ «Південне» протягом останніх десятиліть. Коректність отриманих результатів підтверджено численними автономними випробуваннями сервоприводів і льотними випробуваннями ракет.

Розглянуто сервомеханізми, побудовані із застосуванням двох найпоширеніших у ракетній техніці типів приводів: класичних гідравлічних приводів з чотирищілинними золотниками й електричних приводів з двигунами постійного струму та редукторами.

Викладені матеріали можуть бути корисними інженерам ракетно-космічної й авіаційної техніки, а також фахівцям багатьох галузей машинобудування, у яких застосовують сервомеханізми.

1. ВИЗНАЧЕННЯ ВИМОГ ДО ЕНЕРГЕТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИВОДІВ

Проектування будь-якого сервомеханізму починається з визначення вимог до його основних характеристик, таких як максимальні моменти (сили), що розвиваються, максимальні швидкості, максимальний хід штока або максимальний кут повороту вихідного вала, тип приводу (гідравлічний, електричний, газовий), бортові джерела (носії) первинної енергії (рідина, газ, електроенергія).

Сервомеханізм - це виконавчий привід, навколо якого організовано електричний (рідко механічний) негативний зворотний зв'язок щодо переміщення його вихідної ланки. Зворотний зв'язок перетворює привід на слідкувальний позиційний механізм, який виконує команди системи керування з необхідними швидкостями та точністю в умовах подолання опору навантажень з боку керувальних органів літальних апаратів.

Енергетичні характеристики, що визначають найважливіші конструктивні параметри приводу, характеризуються фактично двома основними величинами: максимальною швидкістю переміщення вихідної ланки (вала або штока) і максимальним зусиллям (моментом), який розвиває (долає) привід.

1.1 Попередні проєктні параметри приводів

Попередні вимоги до швидкісних характеристик приводів на ранніх стадіях проектування ракет, як правило, задають, виходячи з досвіду попередніх розроблень аналогічних ракет.

Так, для великих балістичних ракет і ракет-носіїв космічних апаратів максимальні швидкості холостого ходу приводів (швидкості без навантаження) у першому наближенні беруть відповідними повному відхиленню керувальних двигунів від нейтрального положення до максимального кута приблизно за одну секунду.

Для оперативно-тактичних і тактичних ракет, а також для крилатих і зенітних ракет швидкості приводів повинні забезпечувати за одну секунду відхилення керувальних органів з одного крайнього положення в інше, тобто приблизно в два рази швидше, ніж на важких ракетах.

Ця різниця максимальних швидкостей зумовлена не лише істотно різними масово-інерційними характеристиками ракет, але і динамічнішими та швидкозмінливими траєкторіями малих ракет.

Максимальні зусилля (чи, як їх ще називають, гальмівні зусилля), які розвивають приводи, зазвичай беруть з коефіцієнтом 1,5 - 2 від значень максимального навантаження опору, що реалізується в польоті, з боку керувальних органів.

Необхідно відзначити, що запас 1,5 - 2 - це не коефіцієнт на «незнання» і не коефіцієнт безпеки, цей запас визначає нижню межу максимальних прискорень, які може і повинен забезпечувати привід під час переміщення керувальних органів. Тобто це коефіцієнт, що визначає динамічність («прийомистість») майбутнього приводу.

Вибрані таким чином попередні параметри приводів, за рідким винятком, достатні для забезпечення якісних процесів керування та відпрацювання збурень на траєкторії польоту. Проте до кожного агрегату літальних апаратів завжди ставлять високі вимоги до вагової досконалості, енергоспоживання і габаритів, і приводи в цьому відношенні не є винятком. Тому на наступних стадіях проєктування ракет шляхом точніших розрахунків проводять оптимізацію вимог до приводів, які можуть привести як до зниження, так і до збільшення заздалегідь прийнятих енергетичних параметрів проєктованих приводів.

Зусилля та швидкості, разом з умовами компонування на літальному апараті, практично повністю визначають конструктивний вигляд проєктованих приводів:

- для гідравлічних приводів, за заданих тиску робочої рідини і максимальному ході штока, визначають площу поршня та максимальну витрату робочої рідини, а отже, і витратні характеристики золотників;

- для електроприводів, за заданих або вибраних обертах двигуна, визначають потужність електродвигуна та передавальне число редуктора,

- для газових приводів зі струминним двигуном (у вигляді сегнерівського колеса) за відомих характеристик робочого газу визначають максимальну тягу сопел (відповідно, максимальну витрату газу), розміри, оберти і момент інерції струминного двигуна і передавальне число редуктора.

1.2 Оптимізація енергетичних характеристик приводів

Оптимізацію вимог до сервоприводів на наступних стадіях проєктування літальних апаратів проводять виходячи з потреб забезпечення якісних процесів керування та стабілізації збуреного руху на всіх відрізках траєкторії польоту літальних апаратів.

Розрахунки процесів керування та стабілізації для оцінки потрібної ефективності керувальних органів і визначення уточнених вимог до приводів проводять, як правило, з використанням рівнянь «твердої» ракети і з найпростішими математичними моделями сервомеханізмів.

Для сервомеханізмів, у яких апіорі вважають вирішеними всі проблеми зі стійкістю, чутливістю і необхідною крутістю зворотного зв'язку, ці спрощення моделей приводів цілком допустимі: розрахунки процесів керування «твердою» ракетою з використанням спрощених моделей приводів і розрахунки з максимально повними математичними моделями практично повністю збігаються. Реальні польоти ракет, у яких забезпечена стійкість коливань компонентів палива, пружних коливань корпусу та керувальних двигунів, також підтверджують правомірність такого підходу.

За результатами розрахунків керованості "твердої" ракети визначають необхідний і достатній рівень ефективності керувальних органів і максимальні (крайні) лінії сіток механічних характеристик майбутніх приводів, тобто їхні максимальні енергетичні характеристики.

1.2.1 Механічні характеристики приводів

Сталі швидкості приводів залежать від величини керувального сигналу і зовнішніх навантажень, які долають приводи. Сітка кривих (чи прямих) ліній, що відбивають поведінку цих параметрів за різних рівнів керувального сигналу, називаються механічними або зовнішніми характеристиками приводів. Ці залежності якнайповніше відбивають як статичні, так і динамічні властивості приводів.

Механічні характеристики приводів у координатах швидкість-навантаження за різних фіксованих рівнів керувального сигналу, являють собою:

- сітку кривих параболічної форми для гідравлічних приводів і газових приводів зі струминним рушієм (рис.1, а, в);

- сітку похилих паралельних прямих для електричних приводів (рис. 1,б).

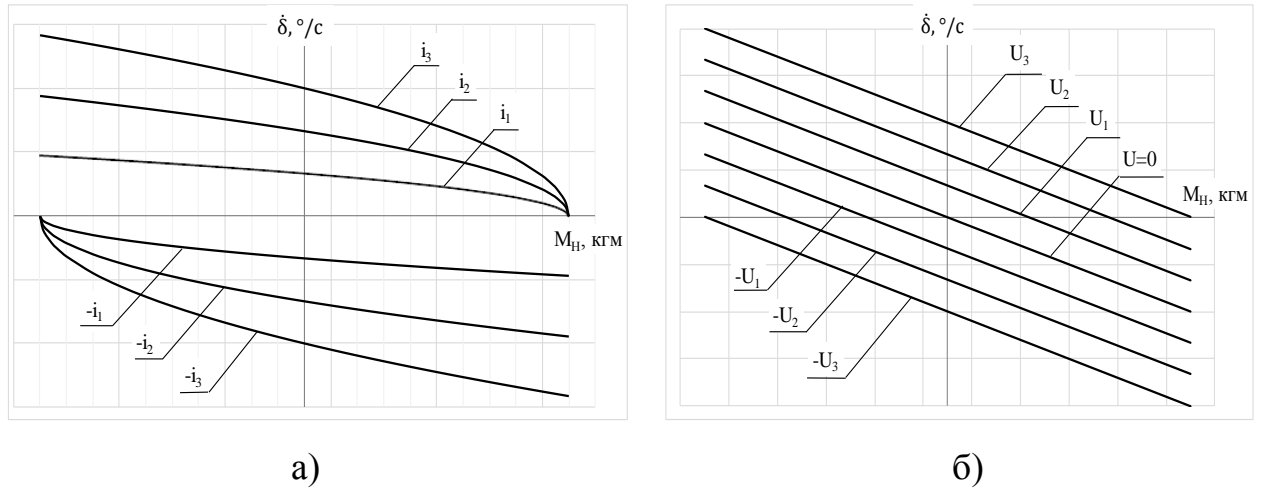


Рис. 1. Типові механічні характеристики приводів

Крайні верхні та нижні лінії цих характеристик визначаються різними фізичними обмеженнями параметрів приводів, керувальних ланок або джерел первинної енергії.

Очевидно, вертикальні перерізи цих сіток становлять набір статичних швидкісних характеристик приводів, а горизонтальні перерізи - статичних моментних (чи силових) характеристик.

Незважаючи на те, що механічні характеристики приводів будують на підставі експериментальних (чи теоретичних) статичних характеристик, вони несуть в собі також досить повну інформацію для визначення динамічних властивостей сервомеханізмів, побудованих із застосуванням цих приводів.

Нижче буде показано, що динамічні характеристики сервомеханізмів можна визначити, досліджуючи характер зміни швидкості за зміни навантаження. Крутість падіння швидкості при збільшенні навантаження або, іншими словами, коефіцієнт нахилу кривих механічних характеристик, особливо при малих рівнях керувальних сигналів, разом із сумарною жорсткістю кінематичної передачі привід-навантаження, фактично визначають ступінь демпфірування та запаси стійкості в замкнутому контурі сервопривода (див. розділи, присвячені дослідженню стійкості сервомеханізмів).

Таким чином:

Максимальні швидкості та максимальні зусилля, які розвиває привід, визначають конструктивний вигляд приводу.

Форма кривих механічних характеристик в області малих керувальних сигналів визначає майбутні динамічні властивості та стійкість сервомеханізмів.

Очевидно, область поєднань швидкості руху приводу та зусиль зовнішнього навантаження, поміщена між крайніми лініями сітки механічних характеристик, є областю працездатності цього приводу. Якщо під час роботи приводу у складі літального апарата необхідні швидкості та зусилля, що лежать усередині цієї області, сервомеханізм гарантовано виконує свої функції в процесі керування літальним апаратом.

Для визначення крайніх ліній сітки необхідно за результатами розрахунків збуреного руху ракети при дії досить повного набору основних чинників зовнішніх впливів (початкові відхилення, турбулентність атмосфери, сили й моменти від похибок виготовлення ракети та ін.) побудувати траєкторії точки з координатами δ , M_n (чи \dot{x} , F_n). При цьому найбільш коректні результати можна отримати при *статистичних розрахунках* збуреного руху, коли всі параметри збурених впливів (і в тому числі випадкові складові навантаження на привід) задають відповідно до ймовірнісних законів їх розподілу.

Потім проводять дотичні криві (чи прямі, залежно від типу приводу) механічної характеристики до сукупності цих траєкторій і, з невеликим конструктивним запасом за швидкостями з коефіцієнтом 1,1 – 1,2 і моментами з коефіцієнтом 1,5 - 2 (чи більше, залежно від повноти обліку всіх збурювальних чинників і очікуваних технологічних або траєкторних розкидів зовнішнього навантаження), набирають остаточного вигляду крайні лінії сітки механічних характеристик.

Як приклад одній з реалізацій таких розрахунків на рис. 2 подано типовий графік зміни кута та кутової швидкості керувальних двигунів першого ступеня ракети під час відпрацьовування початкових збурень старту та збурень від градієнта (пориву) вітру.

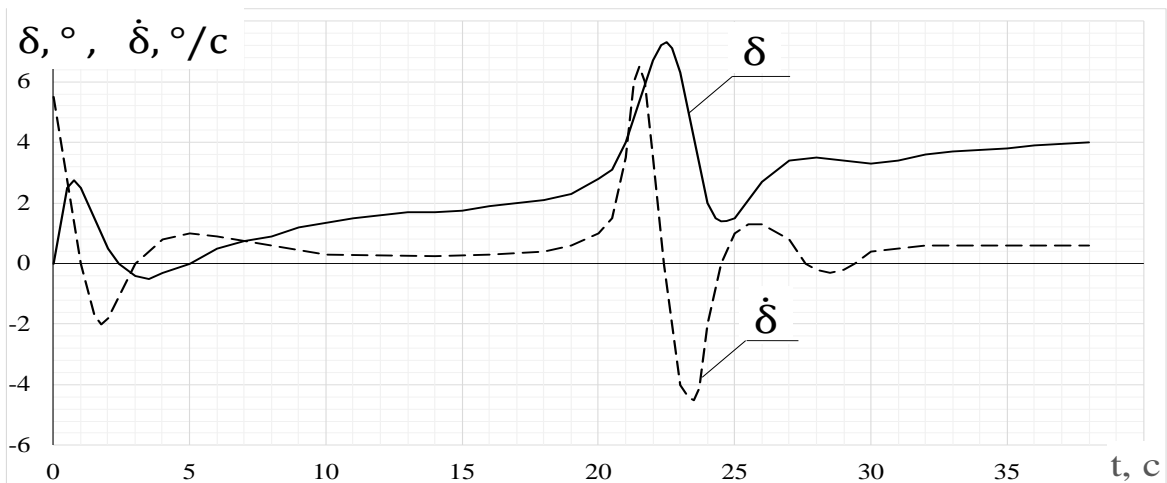


Рис. 2. Відпрацювання керувальним двигуном старту ракети та градієнта вітру

При сумарному навантаженні, яке, наприклад, складається: з моменту тертя 300 кгм, моменту демпфірування $10 \cdot \dot{\delta}$ кгм, моменту асиметрії тяги двигуна -200 кгм і позиційного навантаження $150 \cdot \delta$ кгм, - для цього процесу побудовано траєкторію точки з координатами $\dot{\delta}$, M_H і дотичну до неї параболу, яка характеризує мінімально необхідні енергетичні параметри гідроприводу, які гарантують *нормальне* відпрацювання прийнятих для цього розрахунку збурювальних сил і моментів (рис. 3).

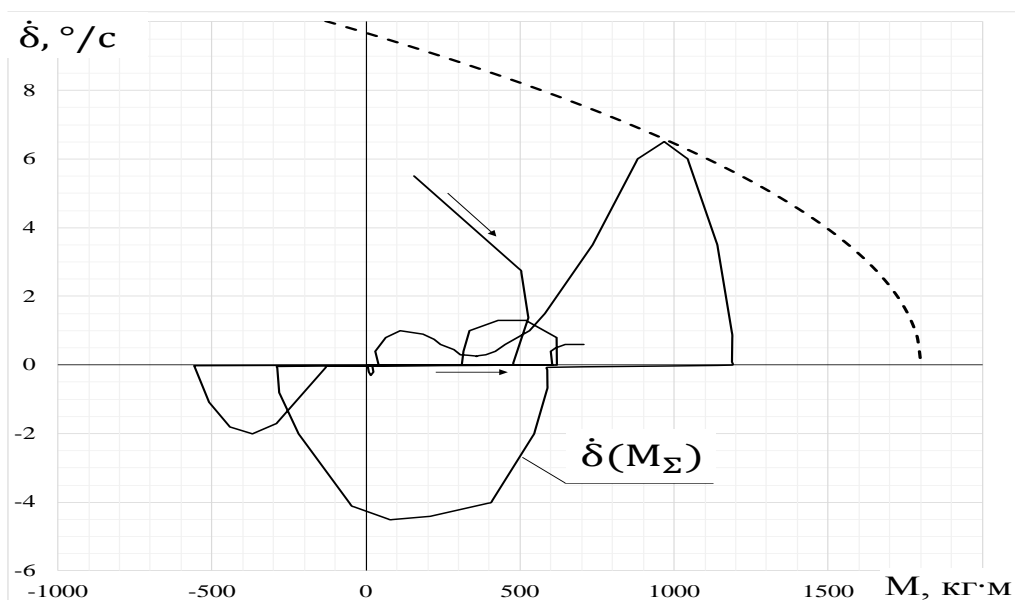


Рис. 3. Траєкторія точки з координатами $\dot{\delta}$, M_H і дотична механічної характеристики приводу

1.2.2 Спрощені математичні моделі приводу та навантаження

Спрощені нелінійні та лінеаризовані моделі приводів використовують на початкових стадіях проєктування ракет для оцінювання потрібної ефективності керувальних органів, розрахунків керованості та попередніх розрахунків стійкості літальних апаратів, а також для визначення потрібних швидкостей і оцінювання навантажень, які діють на приводи.

Ці розрахунки проводять з припущення, що приводи априорі відпрацьовані й не мають проблем зі стійкістю, чутливістю або наявною потужністю.

Привід без зворотного зв'язку за положенням штока (вала), власне кажучи, є інтегрувальною ланкою, тобто рух вихідного елемента приводу припиняється тільки під час обнулення керувального сигналу. Якщо є негативний зворотний зв'язок за положенням (електричного або механічного), він перетворюється в сервопривід, тобто в слідкувальний привід, або, іншими словами, у позиційну ланку, вихідне положення якої змінюється пропорційно рівню команди від системи керування.

Якщо не враховувати вплив навантаження на швидкість приводу, то найпростіші рівняння сервопривода, записані в кутових відхиленнях керувального органа, мають вигляд:

$$\dot{\delta} = \begin{cases} i_y \cdot K_V & \text{при } |\delta| < \delta_{\max} \\ 0 & \text{при } |\delta| \geq \delta_{\max} \text{ и } \delta \cdot i_y > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$i_y = K_{33} \cdot (\delta_k - \delta),$$

$$\dot{\delta} \leq \dot{\delta}_{\max} \quad ,$$

де $\dot{\delta}$, – швидкість і максимальна швидкість відхилення вихідного вала приводу, °/с;

i_y – керувальний струм, мА;

δ, δ_k – відхилення та команда на відхилення керувального органа, °;

K_V – крутість швидкісної характеристики приводу, °/с·мА;

K_{33} – коефіцієнт негативного зворотного зв'язку, мА/°.

Добуток коефіцієнтів $K = K_V \cdot K_{33}$ називається коловим коефіцієнтом підсилення контуру сервопривода.

Для гідравлічних сервоприводів коловий коефіцієнт попередньо вибирають з діапазону 10 - 20 1/с залежно від потужності та степені стійкості приводів, що відповідає сталій часу виконання команди

$$T_{сп} = 1/K = 0,05 - 0,1 \text{ с.}$$

Ці діапазони зумовлені, з одного боку, підвищеними вимогами до швидкодії цих типів приводів, які, як правило, використовують на малих ракетах, з другої - через досить великі запаси стійкості в контурах сервомеханізмів з електроприводами.

Найпростіша математична модель сервопривода (1) цілком коректно працює під час розрахунків керованості ракети як "твердого тіла". За результатами цих розрахунків, окрім оцінки необхідної ефективності керувальних органів (тяга, максимальні кути відхилення), визначають також і потрібні швидкості приводів, необхідні для забезпечення керованості, і зміни навантаження на приводи в польоті.

Вирази для статичних складових навантаження не входять у спрощене диференціальне рівняння приводу (1), їх можна обчислювати за алгебричними залежностями від поточних параметрів руху ракети й керувальних органів "паралельно" поза процедурою інтегрування рівняння руху "твердої" ракети.

Таким чином, кожного моменту часу польоту ракети ми отримуємо значення потрібної поточної швидкості та значення навантаження, яке при цьому необхідно долати приводу з цією швидкістю.

У ситуаціях, коли приводи працюють при великих змінних навантаженнях, близьких до граничних можливостей приводу, у рівняннях необхідно враховувати залежність швидкості від значення навантаження. Такі ситуації виникають, коли на завершальних етапах проектування ракет різко збільшуються спочатку розраховані навантаження на органах керування, і відношення заздалегідь вибраних максимальних моментів, які розвивають приводи, до максимального навантаження стає менше зазвичай застосовуваних значень 1,5-2. В окремих випадках, якщо є жорсткі обмеження до ваги, габаритів і споживаної приводами потужності, приводи у польоті можуть виходити на межі своїх енергетичних можливостей.

У цих випадках слід використовувати рівняння сервоприводів з урахуванням залежності швидкості, яку розвивають приводи, від подоланого навантаження.

Для гідравлічних приводів ці залежності мають квадратичний характер, і рівняння приводу можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= i_y \cdot k \cdot \sqrt{|M_o - M_H|} \cdot \text{sign}(M_o - M_H); \\ M_o &= i_y \cdot K_M, \quad |M_o| \leq M_o^{\max}; \\ M_H &= K_{II} \cdot \delta + K_D \cdot \dot{\delta} + M_{TP} + M_{ac} + M_{ДБ}; \\ i_y &= K_{OC} \cdot (\delta_k - \delta), \quad |i_y| \leq i_y^{\max},\end{aligned}\tag{2}$$

де M_o – момент, який розвиває привід;

K_M – крутість моментної характеристики;

M_H – сумарний момент навантаження з боку керувального двигуна;

M_{ac} – знакосталий момент від асиметрії тяги двигуна;

$M_{ДБ}$ – момент від вагового дисбалансу двигуна;

M_{TP}, M_{TP}^{\max} – момент тертя та максимальний момент тертя;

K_{II} – коефіцієнт позиційного навантаження;

K_D – коефіцієнт демпфірування;

i_y^{\max} – максимальне значення керувального струму;

k – коефіцієнт пропорційності, який фактично залежить від максимальних характеристик приводу:

$$k = \frac{\delta_{xx}^{\max}}{i_y^{\max} \sqrt{M_o^{\max}}}.$$

Для електроприводів з двигунами постійного струму залежність швидкості від навантаження має лінійний характер і його рівняння можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= i_y \cdot K_V - K_n \cdot M_H, \quad |\dot{\delta}| \leq \dot{\delta}_{\max} \\ M_H &= K_{II} \cdot \delta + K_D \cdot \dot{\delta} + M_{TP} + M_{ac} + M_{ДБ} \\ i_y &= K_{зз} \cdot (\delta_k - \delta), \quad |i_y| \leq i_y^{\max}\end{aligned}\tag{3}$$

де K_n – коефіцієнт нахилу механічної характеристики.

Диференціальні рівняння (1), (2) і (3) мають перший порядок і, відповідно, описують завжди стійкі процеси відпрацювання командних сигналів.

1.2.3 Деякі особливості розрахунків навантажень на приводи

Складові навантаження на приводи в рівняннях (2) і (3) розраховують за досить простими формулами, у які входять параметри відхилення керувальних органів (кут і кутова швидкість), параметри руху літального апарата (тяга, лінійні та кутові перевантаження, швидкісний напір, кути атаки та ін.) і конструктивні параметри керувальних двигунів (чи аеродинамічних поверхонь) зі своїми похибками їх виготовлення.

При використанні в розрахунках керованості ракет рівнянь сервопривода у формі (1), у яких швидкість умовно не залежить від навантажень, навантаження, проте, розраховують за часом польоту для визначення необхідних енергетичних параметрів приводу описаним вище методом (див. розділ 1.2.1).

Нижче розглянуто деякі особливості розрахунку основних навантажень, які необхідно враховувати для отримання коректних результатів.

Позиційне навантаження:

У рівняннях (2), (3) воно умовно записане як $K_n \cdot \delta$, хоча для різних конкретних випадків воно може мати й істотно складніший вигляд.

Для рідинних керувальних двигунів коефіцієнт K_n визначають жорсткістю магістралей, що підводять паливо до поворотної камери згоряння. При аеродинамічній незахищеності камер до цього моменту додається момент від зовнішнього швидкісного напору, який пропорційний місцевим кутам атаки набігаючого потоку, які у свою чергу залежать і від кута відхилення камери, і від кута атаки ракети, і від просторової орієнтації вектора аеродинамічного обдування відносно камер.

Для аеродинамічних керувальних поверхонь це навантаження пропорційне швидкісному напору, місцевому куту атаки та плечу докладання аеродинамічної сили відносно осі повороту поверхні, тобто різниці між координатами центру тиску й осі обертання. Оскільки центр тиску змінюється і від кута атаки, і від числа Маха, вибір координати осі обертання для мінімізації навантажень - це оптимізаційна задача, яку можна розв'язати за результатами статистичних розрахунків керованості із застосуванням спрощених математичних моделей приводів.

Демпфівальні навантаження:

Це навантаження, пропорційні кутовим швидкостям відхилення керувальних органів.

Для рідинних двигунів - це момент від коріолісових сил, що виникають під час відхилення потоку з сопла камери згоряння газів, що витікають. Його

значення, як правило, мале на фоні всіх інших складових навантаження й помітно не впливає на роботу приводів.

В окремих випадках, коли всі інші складові навантаження малі (наприклад, коливання камери двигуна з підведенням компонентів через вісь коливання, малим тертям у цій осі і за відсутності швидкісних напорів), це навантаження можна враховувати як таке, що істотно впливає на роботу приводу.

Для газового приводу з сегнерівським колесом коріолісові сили витікаючих газів під час обертання колеса з великими кутовими швидкостями (до 30 000 і більше об/хв) разом з аеродинамічним опором сопел і підвідних трубок є визначальними внутрішніми навантаженнями, які разом із зовнішніми навантаженнями фактично формують вид механічних характеристик приводу та його динамічні властивості. Ця обставина вимагає максимально коректного обліку цих сил.

Розрахунки сил і моментів сухого тертя:

Математичний опис сил (чи моментів) сухого тертя, що адекватно відбиває їх реальні властивості, дуже важливий, особливо, якщо його доля в сумарному навантаженні досить велика (наприклад, більше 10%).

Роль сил сухого тертя в динамічних процесах досить суперечлива: з одного боку, тертя демпфірує коливальні процеси та сприяє їх швидшому загасанню, з другого боку, сухе тертя викликає появу зон нечутливості в трактах керування, що в окремих випадках може викликати автоколивання в системах.

Сили тертя завжди спрямовані проти руху і дуже часто їх описують у вигляді найпростішого нелінійного рівняння:

$$M_{mp} = M_{mp}^{max} \cdot \text{sign } \dot{\delta}. \quad (4)$$

Для цієї формули M_{mp} може набувати тільки два значення: $+M_{mp}^{max}$ і $-M_{mp}^{max}$. Його значення при $\dot{\delta} = 0$ або не визначено, або припускається рівним нулю. При розрахунках на ЕОМ ситуація, коли $\dot{\delta}$ точно дорівнює нулю, практично виключена й обчислювальні "глухі кути" не виникають, але поведінка об'єкта в районі зміни знака швидкості за таких розрахунків не відповідатиме реальним процесам. До того ж, в окремих ситуаціях стрибкоподібні зміни тертя можуть призвести до виникнення хибних коливальних процесів.

Річ у тому, що спрощений вираз (4) не враховує найважливішу властивість сухого тертя: при нульових швидкостях (чи, точніше, за дуже

малих переміщень, де в межах пружної деформації шорсткостей поверхні третьових тіл) тертя безперервно змінюється в діапазоні від $+M_{mp}^{max}$ до $-M_{mp}^{max}$, набуваючи будь-яких значень, які дорівнюють (і протилежно спрямованих!) сумі всіх інших діючих моментів. Саме ця властивість сухого тертя зумовлює ефект появи зони нечутливості в трактах керування.

Найпростіше і досить коректно такий характер поведінки сухого тертя описано квазірелейною характеристикою з дуже крутим лінійним переходом між крайніми значеннями $\pm M_{mp}^{max}$ (див. рис. 3).

Для цього рівняння для розрахунку сухого тертя запропоновано прийняти у вигляді:

$$M_{mp} = \begin{cases} M_{mp}^{max} \cdot \frac{\dot{\delta}}{\Delta}, & \text{якщо } |\dot{\delta}| < \Delta, \\ M_{mp}^{max} \cdot \text{sign } \dot{\delta}, & \text{якщо } |\dot{\delta}| \geq \Delta. \end{cases} \quad (5)$$

Або в еквівалентній формі:

$$M_{mp} = M_{mp}^{max} \cdot F_{mp}, \quad (6)$$

де F_{mp} - функція сухого тертя, в найпростішій формі має вигляд:

$$F_{mp} = \begin{cases} \frac{\dot{\delta}}{\Delta}, & \text{якщо } |\dot{\delta}| < \Delta, \\ \cdot 1 \cdot \text{sign } \dot{\delta}, & \text{якщо } |\dot{\delta}| \geq \Delta. \end{cases} \quad (7)$$

У виразах (5) і (7) Δ - дуже мала величина швидкості, у діапазоні якої тертя беруть таким, що лінійно міняється від швидкості. Вибирають цю зону залежно від кроку інтегрування системи рівнянь. Її величину для розрахунків можна вибрати в межах до 1 % від максимальної швидкості приводу. Хоча реальне значення умовної зони лінійності може бути і значно менше, ця величина цілком допустима для коректного опису динамічної поведінки тертя при зміні знака швидкості.

Слід зазначити, що це штучний спосіб і насправді тертя пропорційне не мікрошвидкості, а мікропереміщенням третьових поверхонь одна відносно другої (фактично - деформаціям шорсткостей третьових поверхонь) при зміні знака швидкості. Проте такий спосіб досить просто і цілком адекватно описує безперервний характер зміни тертя при зміні напрямку взаємного переміщення третьових тіл.

Звичайно, за наявності і необхідності обліку сили або моменту тертя спокою вираз для функції тертя F_{mp} матиме складніший логічний вигляд, але

в ньому також повинен бути врахований принцип безперервності зміни тертя в околі точки зміни знака та значення швидкості.

Поza зоною нульових швидкостей в окремих випадках може мати місце залежність величини тертя від швидкості руху (для деяких поєднань матеріалів тертьових тіл), яка може бути врахована при невеликому ускладненні виду «функції сухого тертя». Це особливо важливо для випадків зниження сил «сухого» тертя при збільшенні швидкості. У деяких ситуаціях така «поведінка» тертя може стати причиною потужних, руйнівних автоколивань.

Момент асиметрії тяги

Момент асиметрії тяги M_{ac} визначають похибками виготовлення керувальних двигунів: реальний вектор тяги двигунів ніколи не проходить точно через вісь хитання і завжди створює момент відносно осі, пропорційний лінійним похибкам і величині тяги.

M_{ac} - величина випадкова, що необхідно враховувати під час статистичних розрахунків.

Момент вагового дисбалансу

Момент вагового дисбалансу M_{db} залежить від кута відхилення камер згоряння і перевантажень ракети.

Центр мас камери керувального двигуна, як правило, не збігається і з поздовжньою віссю камери, і з віссю хитання, що викликає появу моментів, пропорційних поздовжнім і поперечним перевантаженням ракети. Геометричні параметри цього незбігання носять як випадковий характер (за рахунок похибок виготовлення двигуна), так і систематичний (при несиметричній конструкції двигуна, наприклад, коли разом з камерою згоряння відхиляється турбонасосний агрегат, а також, коли центр мас двигуна вищий або нижчий за вісь хитання).

Під час розрахунків моменту дисбалансу необхідно вибірково підходити до величин поздовжніх і поперечних перевантажень для кожної камери: наприклад, коли керує один основний маршовий двигун, який хитається у двох площинах (карданів підвіс), момент дисбалансу *не залежить від кута повороту двигуна*, оскільки орієнтацію сумарного перевантаження в основному визначають тягою та кутовим положенням цього двигуна, і ця орієнтація тяги відносно центру мас двигуна не змінюється під час його кутового відхилення.

Під час керування чотирма камерами (по дві камери в каналах тангажа та рискання) слід враховувати тільки складову поздовжнього перевантаження

за рахунок камер "сусіднього" каналу, яка, звичайно, дорівнює половині загального поздовжнього перевантаження ракети.

Інерційні навантаження

Протидіючи інерційні навантаження у вигляді добутку прискорення на величину відхилюваної маси (чи моменту інерції), звичайно ж, є в процесах переміщення фізичних тіл, проте при розрахунках максимальних навантажень їх не потрібно додавати до статичних навантажень на приводи, що іноді помилково роблять проєктувальники.

Інерційні навантаження, які завжди виникають під час переміщення керувальних органів, пропорційні різниці між моментом, що розвиває привід, і статичними навантаженнями на вихідній ланці приводу з боку переміщуваної маси. Максимальні значення інерційного навантаження залежать від значення керувального сигналу та коефіцієнта «запасу» 1,5 - 2, який беруть під час вибору максимальних зусиль, які розвиває привід.

Очевидно, подвійний облік інерційних навантажень не має сенсу і призводить лише до невиправданого збільшення вимог до потужності приводів.

1.2.3 Особливості розрахунків керованості та визначення швидкостей приводів під час старту ракет і розділення ступенів

Перші секунди польоту під час старту, а також після розділення ступенів ракети, як правило, характеризуються коливальними процесами відпрацювання початкових кутових відхилень ракети, які нагромаджуються до моменту початку керування (включення алгоритмів керування) за рахунок комплексу збурних сил і моментів, які діють під час старту або під час розділення ступенів.

Якщо не застосовувати спеціальних способів корекції алгоритмів керування на цих відрізках польоту, процеси відпрацювання початкових відхилень проходять з максимально можливими швидкостями приводів, великими коливальними відхиленнями керувальних органів і великими коливаннями самої ракети.

Для забезпечення «спокійнішого» відпрацювання початкових збурень на цих відрізках, як правило, застосовують простий, як його прийнято називати, "алгоритм компенсації початкових умов", який полягає в тому, що інформація про відхилення кутової швидкості об'єкта (як найбільш критична) відразу вводиться в алгоритм керування, а інформація про кутове відхилення об'єкта вводиться поступово, від нульового значення до поточного значення за лінійним законом за 4 - 5 с.

Алгоритм кутового керування з урахуванням "компенсації" початкових збурень має вигляд:

$$\begin{aligned} \delta_k &= k_\psi \left(\frac{t-t_0}{T} \right) \cdot \psi + k_{\dot{\psi}} \cdot \dot{\psi} && \text{при } t-t_0 < T; \\ \delta_k &= k_\psi \cdot \psi + k_{\dot{\psi}} \cdot \dot{\psi} && \text{при } t-t_0 \geq T, \end{aligned} \quad (8)$$

де δ_k – командний сигнал на сервопривід;

$\psi, \dot{\psi}$ – кут відхилення та кутова швидкість ракети;

$K_\psi, K_{\dot{\psi}}$ – коефіцієнти підсилення автомата стабілізації за кутовим відхиленням і кутовою швидкістю, відповідно;

T – тривалість відрізка «компенсації»;

t_0, t – момент увімкнення керування та нинішній час.

Цей алгоритм добре працює в більшості практичних випадків, але під час статистичних розрахунків керованості, у реалізаціях з великою початковою кутовою швидкістю ракети, приводу можуть відхилятися з максимальними наявними швидкостями, *якими б їх не брали*. Це може призвести до неправильних висновків відносно необхідних швидкостей приводів.

Алгоритм «компенсації», який виключає подібні ситуації і в розрахунках, і на практиці, має вигляд, який трохи відрізняється від розглянутого: і *кутова швидкість*, і *кутове відхилення* вводять в алгоритм керування лінійно наростаючий від 10 до 100 % їх нинішнього значення за час 3 – 4 с:

$$\begin{aligned} \delta_k &= \left(0.1 + \frac{t-t_0}{T} \cdot 0.9 \right) \cdot (k_\psi \cdot \psi + k_{\dot{\psi}} \cdot \dot{\psi}) && \text{при } t-t_0 < T, \\ \delta_k &= k_\psi \cdot \psi + k_{\dot{\psi}} \cdot \dot{\psi} && \text{при } t-t_0 \geq T. \end{aligned} \quad (9)$$

Застосування цього алгоритму дає перехідні процеси, близькі до оптимальних, як з погляду забезпечення мінімальних кутів і швидкостей відхилення керувальних органів, так і мінімальних кутів відхилення ракет і часу «відпрацювання» початкових збурень. Обґрунтування вибору такого різновиду алгоритму «компенсації» початкових умов розглянуто нижче, у розділі «Оптимальне керування космічними апаратами».

2. ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ КОСМІЧНИМИ АПАРАТАМИ

Відмітною особливістю керування літальними апаратами в космосі є практично повна відсутність зовнішніх сил, які діють на об'єкт керування, крім сил і моментів, створюваних керувальними та розгінними двигунами самого апарата.

До таких апаратів належать верхні ступені ракет, які відокремлюються поза атмосферою, розгінні ступені ракет-носіїв під час групового виведення супутників, розгінні ступені багатоблокових бойових ракет (розділювані головні частини – РГЧ), супутники з керованою орієнтацією та ін.

Очевидно, вимоги до вагової досконалості елементів конструкції космічних апаратів жорсткіші порівняно з першими ступенями ракет, і приводи керувальних органів цих апаратів не є винятком. Як правило, збільшення швидкостей і потужності приводів приводить до скорочення часу керування, проте починаючи з певних швидкостей подальше їх збільшення практично не впливає на час керування, а лише призводить до збільшення маси апаратів.

Найти *оптимальне* співвідношення потужності (швидкостей) приводів з ваговими затратами на їх реалізацію – задача досить складна, оскільки аналітичні методи оптимального керування у багатьох практично важливих випадках не працюють при розширенні класу функцій, які належать до правої частини рівнянь руху.

Нижче буде доведено теорему, яка зв'язує простими співвідношеннями сили, що діють на об'єкт, і прирощення координат об'єкта в момент закінчення керування. При цьому жодних обмежень на клас функцій, якими описано ці сили, немає. Покажемо це. Динаміку плоского руху досить широкого та практично важливого класу керованих об'єктів, до яких належать у тому числі і космічні апарати, описано рівняннями другого порядку вигляду:

$$\ddot{x} = A(x) + B(\dot{x}) + U(t) + F(t), \quad (10)$$

де x , \dot{x} , \ddot{x} – координата, швидкість і прискорення об'єкта; $A(x)$, $B(\dot{x})$ – сили, які залежать від фазових координат об'єкта; $U(t)$, $F(t)$ – керівний і збурний вплив, функції часу (для космічних апаратів можна взяти $A(x) = B(\dot{x}) = 0$).

Завданням керування в загальному випадку є оптимальне, з певної точки зору, переведення об'єкта з деякого початкового стану x_0 , \dot{x}_0 в кінцевий стан x_k , \dot{x}_k , наприклад, за мінімальний час, або з мінімальними затратами енергії протягом обмеженого часу.

Як уже відзначали, застосування різних розроблених методів синтезу оптимального керування [1; 2] наштовхується переважно на значні або навіть непереборні труднощі під час розширення класу функцій, які належать до правої частини керування об'єкта (10).

Нижче доведено загальні необхідні та достатні умови, які повинна задовольняти права частина рівняння (10) під час переведення об'єкта з початкового стану в будь-яке задане.

Використання на практиці цих умов, що мають простий геометричний зміст, дозволяє істотно спростити розв'язання великої кількості практично важливих задач і отримати точний аналітичний розв'язок або розв'язок з хорошим наближенням задач, які не можна розв'язати відомими методами.

Припустимо, що деяке керування $U(t)$ переводить об'єкт, рух якого описує рівняння (1), з початкового стану x_0, \dot{x}_0 в заданий стан x_k, \dot{x}_k за час T (рис. 1).

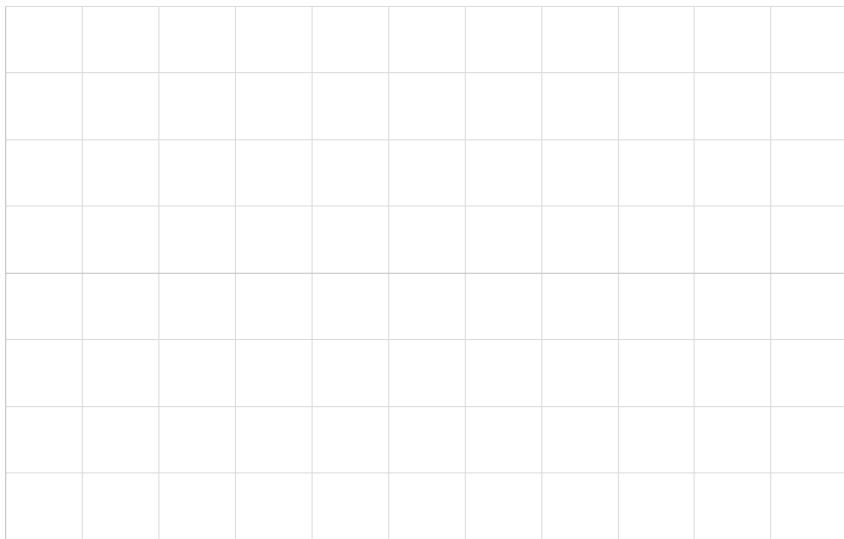


Рис. 4. Загальний випадок руху об'єкта

Без жодних обмежень на можливий вид функцій, що належать до правої частини рівняння (10), введемо *роздільні* позначення для їхніх додатних і від'ємних значень.

Наприклад,

$$A(x) = \begin{cases} F_1(t) \text{ при } A(x) > 0 \\ F_2(t) \text{ при } A(x) < 0 \end{cases},$$

$$B(\dot{x}) = \begin{cases} F_3(t) \text{ при } B(\dot{x}) > 0 \\ F_4(t) \text{ при } B(\dot{x}) < 0 \end{cases}$$

і т. д.

Тоді рівняння руху об'єкта можна записати у вигляді

$$\ddot{x} = \sum_{i=1}^n F_i(t), \quad (11)$$

де $F_i(t)$ – знакосталі функції часу.

Кожна крива $F_i(t)$ в інтервалі керування обмежує деяку площу, яку називатимемо *площею або імпульсом діючої сили*: $S_i = \int_0^T F_i(t) dt$. У свою чергу, кожна площа під кривою $F_i(t)$ має на осі часу свою координату центру ваги - $t_{цтi}$.

Назвемо $\Delta x = x_k - x_0$ приростом положення об'єкта за час керування та $\Delta \dot{x} = \dot{x}_k - \dot{x}_0$ приростом швидкості.

Теорема 1. *Приріст швидкості об'єкта за час керування дорівнює алгебричній сумі площ усіх сил, які діють на нього,*

$$\Delta \dot{x} = \sum_{i=1}^n S_i. \quad (12)$$

Ця теорема – відома теорема механіки.

Теорема 2. *Приріст положення об'єкта за час керування дорівнює добутку кінцевої швидкості об'єкта на час керування мінус алгебрична сума добутків площ діючих сил на координати центрів ваги цих площ:*

$$\Delta x = \dot{x}_k T - \sum_{i=1}^n S_i t_{цтi}. \quad (13)$$

Для нульової кінцевої швидкості ($\dot{x}_k = 0$) :

Приріст положення об'єкта за час керування дорівнює алгебричній сумі добутків площ діючих сил на координати центрів ваги цих площ з оберненим знаком:

$$\Delta x = - \sum_{i=1}^n S_i t_{Ц.Ti}. \quad (14)$$

Доведення.

Зінтегруємо двічі на інтервалі керування рівняння руху об'єкта (2).

Перший інтеграл: $\dot{x}_k = \int_0^T \sum_{i=1}^n F_i dt + \dot{x}_0 = \sum_{i=1}^n S_i + \dot{x}_0$,

де $S_i = \int_0^T F_i dt$. Звідки отримуємо рівність (12).

Другий інтеграл має вигляд:

$$x_k = \sum_{i=1}^n \iint_{00}^{Tt} F_i dt^2 + \dot{x}_0 T + x_0.$$

Інтеграл під знаком суми обчислюємо частинами:

$$\iint_{00}^{Tt} F_i dt^2 = S_i T - \int_0^T t F_i dt = S_i (T - t_{Ц.Ti}),$$

де $t_{Ц.Ti} = \int_0^T \frac{t F_i dt^2}{S_i}$ – координата центру ваги фігури, обмеженої кривою $F_i(t)$.

У результаті отримуємо $x_k = \sum S_i (T - t_{Ц.Ti}) + \dot{x}_0 T + x_0$,

або
$$\Delta x = \dot{x}_k T - \sum_{i=1}^n S_i t_{Ц.Ti},$$

що і необхідно було довести.

Таким чином, у всіх випадках, незалежно від форми траєкторії об'єкта, якою він переходить з однієї точки фазового простору в іншу (а таких траєкторій може бути безліч (див. рис. 5)), прирости фазових координат пов'язані з імпульсами сил, що діють на об'єкт, простими співвідношеннями (12), (13).

А оскільки обчислення площ, обмежених кривими різної конфігурації, і центрів ваги цих площ – задача у багатьох випадках елементарна, практичне застосування геометричних співвідношень (12), (13) допомагає швидко розв’язати задачі керування об’єктами у багатьох важливих, особливо для інженерної практики, розрахункових випадках і, у тому числі, за обмеженої швидкості зміни керувального впливу.

Зокрема, якщо $\ddot{x} = U(t)$, вид кривої керувального впливу $U(t)$ впливає на зміни швидкості та координати об’єкта в кінцевій точці керування лише остільки, оскільки він змінює площі та координати центрів ваги фігур, обмежених цими кривими.

На рис. 5 як приклад наведені три різних види керування, які переводять об’єкт в одну і ту ж точку фазового простору за однаковий час.

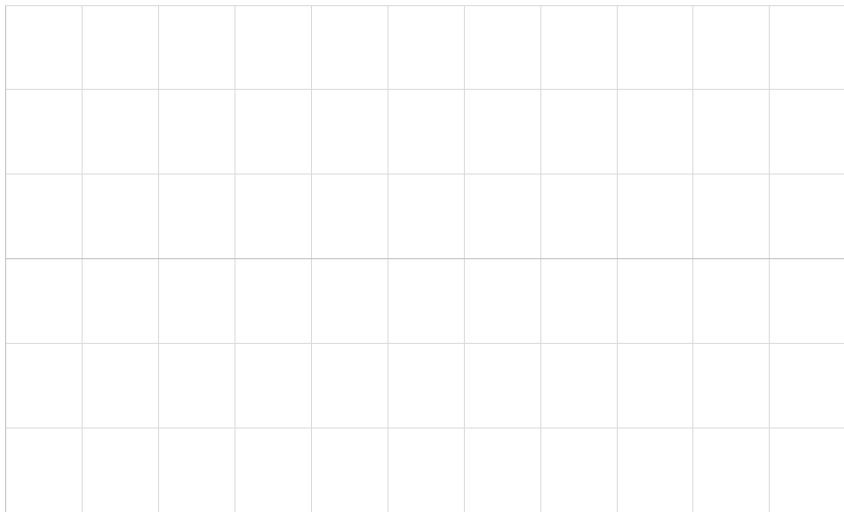


Рис. 5. Ілюстрація можливих варіантів керування під час переміщення об’єкта в заданий стан

Варіанти керування

Розглянемо кілька прикладів застосування умов (12), (13) для визначення оптимального керування астатичними об’єктами другого порядку.

До астатичних об’єктів другого порядку можна зарахувати різні космічні апарати, а також досить великий клас об’єктів керування, у яких позиційні та дисипативні сили малі порівняно з силами керування, тобто:

$$\ddot{x} = U(t) + F(t). \quad (15)$$

Нижче розглянемо деякі види оптимального керування.

Оптимальне за швидкістю керування

1. Припустимо, що керування $U(t)$ обмежено тільки за модулем і збурення $F(t) = 0$.

Тоді оптимальним за швидкістю керуванням під час переведення об'єкта з одного усталеного положення x_0 в інше x_k буде керування виду, поданого на рис. 6.

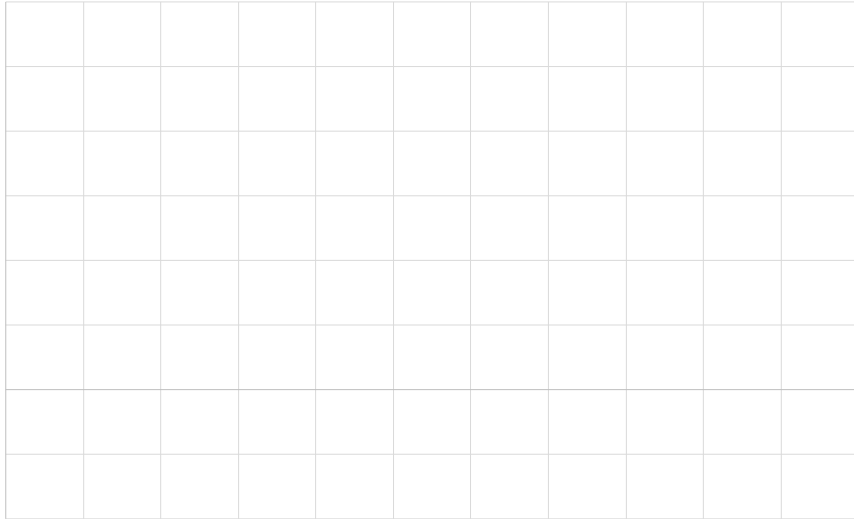


Рис. 6. Оптимальне за швидкістю керування

Дійсно, Δx – це інтеграл від функції швидкості, тобто величина площі трикутника або трапеції з обмеженою крутістю бічних сторін. З усіх можливих фігур, рівної площі та з обмеженою крутістю бічних сторін ($|\dot{x}| \leq U_{max}$), рівнобедрений трикутник має найменшу основу, тобто час керування T .

Використовуючи співвідношення (3), (4), запишемо:

$$S_1 = -S_2 = S = U_{max} \frac{T}{2},$$
$$\Delta x = S(t_{ц.Т_2} - t_{ц.Т_1}) = S \frac{T}{2} = U_{max} \frac{T^2}{4},$$

звідки визначаємо час оптимального керування

$$T = 2 \sqrt{\frac{\Delta x}{U_{max}}}. \quad (16)$$

Оптимальне за енергоспоживанням керування

При заданому часі керування оптимальним за енергоспоживанням є керування виду, поданого на рис. 7. Покажемо це, застосувавши умови (12), (13).



Рис. 7. Керування, оптимальне за енергоспоживанням

Енергоспоживання пропорційне інтегралу від модуля керувального зусилля:

$$\int_0^T |U| dt = 2S = \frac{2\Delta x}{t_{ц.Т_2} - t_{ц.Т_1}},$$

і буде мінімальне при максимальній величині різниці $(t_{ц.Т_2} - t_{ц.Т_1})$, тобто під час керування, максимально рознесеного до країв інтервала керування T .

Моменти перемикання керування t_1 і t_2 визначають однозначно з використанням умови (4)

$$t_{1,2} = \frac{T}{2} \mp \sqrt{\frac{T^2}{4} - \frac{\Delta x}{U_{max}}}. \quad (17)$$

Отримані залежності дозволяють, зокрема, оцінювати зменшення енергоспоживання при збільшенні часу керування. Це особливо важливо при обмежених запасах енергоносіїв на космічних об'єктах. Так, наприклад, для випадків, поданих на рис. 3, 4, збільшення часу керування на 20 % (рис. 4) зменшує енергоспоживання майже у два рази порівняно з керуванням, максимальним за швидкодією (рис. 3).

Оптимальне керування за обмеженої швидкості зміни керувальних сил

Більшість реальних систем керування мають істотно обмежену швидкість зміни (наростання або спаду) керувального впливу, тобто $|\dot{U}| \leq \dot{U}_{max}$.

Оптимальне за швидкодією керування при $|\dot{U}| \leq \dot{U}_{max}$, $|U| \leq U_{max}$ має вигляд, поданий на рис. 8.

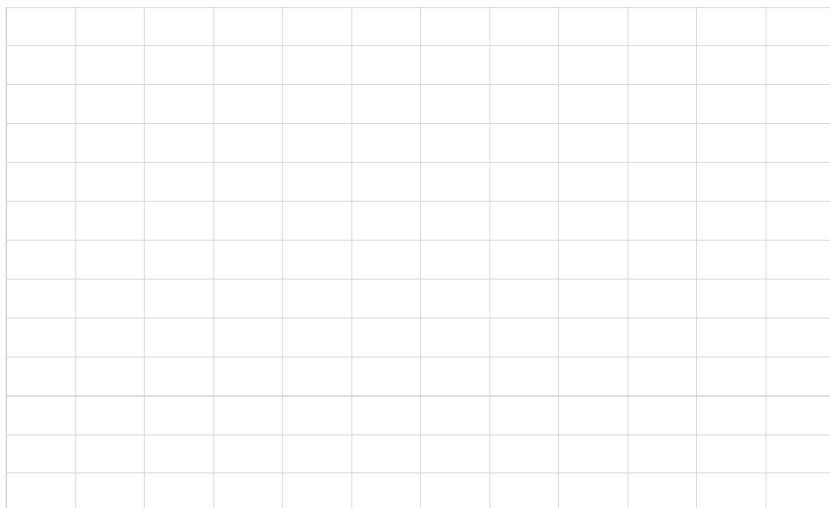


Рис. 8. Оптимальне керування за обмеженої швидкості зміни керувальних сил

Час оптимального керування визначають з умов (12), (13):

$$T = \tau + \sqrt{\tau^2 + \frac{4\Delta x}{U_{max}}}, \quad (18)$$

де $\tau = \frac{U_{max}}{\dot{U}_{max}}$ – час виходу керування з нульового рівня на максимальний.

Вираз (18) безпосередньо можна використати, зокрема, для оцінювання впливу обмеженої швидкості зміни керувального зусилля на час керування та вибору на цій основі розумного співвідношення між швидкодією системи, яку вимагає для цього потужність системи приводів, і енергетичною досконалістю апарата.

Вплив збурної дії на керування

Для стислості розглянемо найпростіший випадок, коли на інтервалі керування збурення постійне, тобто $F(t) = const$ і $|U| \leq U_{max}$ (див. рис. 9).



Рис. 9. Оптимальне керування за наявності постійного збурення

Мінімальний час керування:

$$T = 2 \sqrt{\frac{\Delta x U_{max}}{U_{max}^2 - F^2}}. \quad (19)$$

Час перемикання керування визначають з умови (12) за формулою

$$t_0 = \frac{T(U_{max} + F)}{2U}.$$

Вираз (19) показує, що наявність у системі постійних або повільно мінливих збурень *будь-якого знака* у загальному випадку збільшує час керування. Аналогічно можна показати, що енергоспоживання при заданому часі керування за наявності збурних впливів також зростає.

Задача про оптимальну погоню

Розглянемо найпростішу задачу про оптимальну погоню. Такі задачі, зокрема, виникають під час стикування космічних апаратів, коли, наприклад, транспортний корабель необхідно в заданий час або з мінімальними витратами палива підвести до космічної станції з нульовою відносною швидкістю для подальшого стикування об'єктів.

Рух цілі й об'єкта керування в одновірному просторі описано рівняннями: $x_* = x_*(t)$, $\ddot{x} = U(t)$ при обмеженнях на керування $|U| \leq U_{max}$ і $|\dot{U}| \leq \dot{U}_{max}$.

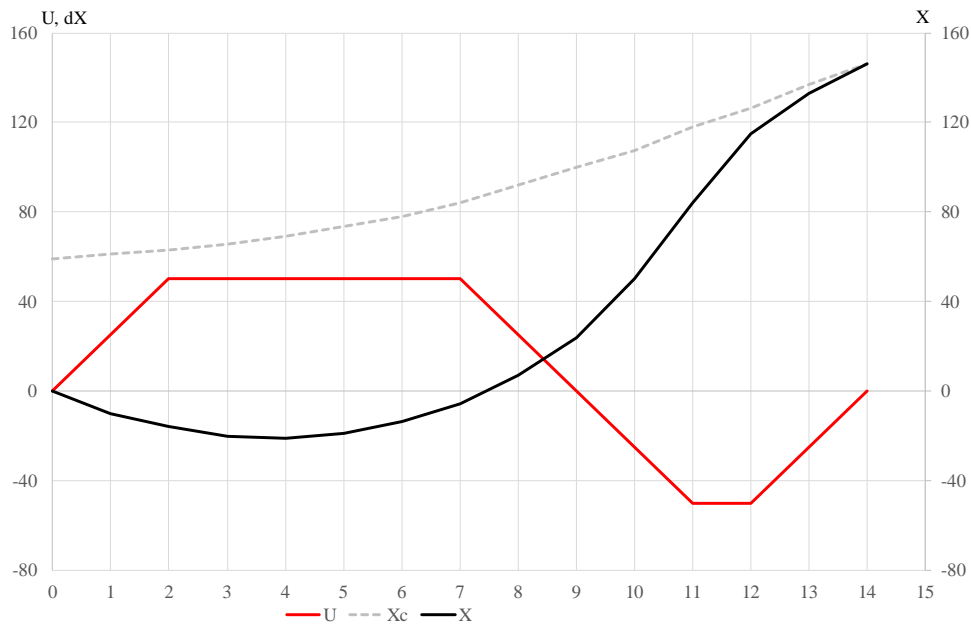


Рис. 10. Керування та траєкторія оптимальної погоні

Необхідно побудувати закон керування $U(t)$, що забезпечує зустріч об'єкта та цілі за мінімальний час, причому швидкості об'єкта та цілі в точці зустрічі повинні бути рівні (умови дотику кривих $x_*(t)$ і $x(t)$).

Задачу розв'язують підставленням у вирази (12), (13) значень Δx , $\Delta \dot{x}$, x_k , які відповідають моменту зустрічі T , т.

$$\begin{aligned}\Delta x &= x_*(T) - x_0, \\ \Delta \dot{x} &= \dot{x}_*(T) - \dot{x}_0, \\ \dot{x}_k &= \dot{x}_*(T),\end{aligned}\tag{20}$$

де

x_0, \dot{x}_0 – початкові координати об'єкта керування;

$x_*(T) = x(T), \dot{x}_*(T) = \dot{x}(T) = \dot{x}_k$ – координати точки зустрічі об'єкта та цілі.

Елементарне перетворення отриманих рівнянь дає алгебричне рівняння відносно часу оптимальної погоні T (рис. 10)

$$T^2 - 2\left(\tau - \frac{\dot{x}_*(T) + \dot{x}_0}{U_{max}}\right)T - \left[\frac{(\dot{x}_*(T) - \dot{x}_0)^2}{U_{max}^2} + 4\frac{\dot{x}_*(T) - \dot{x}_0}{U_{max}}\right] = 0,\tag{21}$$

$$\text{де } \tau = \frac{U_{max}}{\dot{U}_{max}}.$$

Якщо закон руху цілі можна подати у вигляді:

$$x_*(t) = at^2 + bt + c,$$

де a , b , c – будь-які дійсні числа, - то алгебричне рівняння (21) зберігає другий порядок відносно часу керування T і його легко розв'язати в явному вигляді.

При складніших законах руху цілі задача оптимальної погоні в загальному випадку не має аналітичного розв'язку, і корні рівняння (21) для визначення часу погоні доцільно шукати іншими методами, наприклад, графічно.

Час перемикання керування t_0 у всіх випадках визначають з умови (12)

$$t_0 = \frac{T + \frac{\dot{x}_*(T) - \dot{x}_0}{U_{max}}}{2}.$$

Слід зазначити, що вирази (16) і (18) для часу оптимального керування можна також отримати з рівняння (21), як окремі випадки, коли ціль нерухома.

Очевидно, запропонований метод розв'язання задачі оптимальної погоні може бути застосований і в складніших випадках дво- і тривимірного руху цілі й об'єкта.

Керування реальними об'єктами. Будь-який математичний опис руху об'єкта є наближеним. Це стосується й характеристик об'єкта, і сил, які на нього діють. Тому «жорстке», без зворотного зв'язку, програмне керування реальними об'єктами, розраховане за найточнішими формулами, *ніколи не збігається* з очікуваним розрахунковим рухом.

Компенсацію відмінностей реальних характеристик об'єкта та зовнішніх сил від прийнятих у розрахунках здійснює система керування, яка відповідно до закладеного алгоритму формує додаткові до програмних керувальні зусилля ΔU , пропорційні відхиленням реального руху об'єкта від розрахункового програмного руху. Програмне керування реальними об'єктами можна подати у вигляді:

$$U(t) = U_{np}(t) + \Delta U,$$

$$\Delta U = k_1(x - x_{np}) + k_2(\dot{x} - \dot{x}_{np}), \quad (22)$$

де
$$x_{np} = x_0 + \int_0^t \dot{x}_{np} dt,$$

$$x_{np} = \dot{x}_0 + \int_0^t U_{np}(t) dt.$$

Очевидно, чим точніше визначені програмні функції $U_{np}(t)$, \dot{x}_{np} , x_{np} , тим ближче керування реальним об'єктом до розрахункового оптимального керування.

Використання запропонованих методів визначення оптимального керування й оптимальної траєкторії руху об'єкта в сучасних системах автоматичного керування, побудованих із застосуванням цифрових процесорів, дозволяє отримувати якісні перехідні процеси навіть при відносно великих відхиленнях реальних характеристик об'єкта й сил, що діють на нього, від «ідеальних», прийнятих під час розрахунків оптимального керування.

Оптимальне керування на відрізках відпрацювання початкових умов руху

Задача оптимізації процесів відпрацювання системою керування початкових умов руху об'єкта (при $x_k = \dot{x}_k = 0$) для великої кількості практично важливих випадків (старт ракети, відокремлення ступенів) може бути розв'язана, і розв'язують її без попереднього розрахунку оптимального програмного руху й керування. Як відзначалося вище, одним з поширених методів оптимізації перехідних процесів є *поступове* введення в алгоритми керування *координати* початкового відхилення (так званий «алгоритм компенсації початкових умов»). Проте при великих початкових швидкостях об'єкта, такий спосіб не виключає появи невикористано високих швидкостей зміни керувальних сил (і, відповідно, великих необхідних швидкостей приводів).

Нижче запропоновано трохи видозмінений алгоритм керування, застосування якого забезпечує близьке до оптимального відпрацювання початкових відхилень об'єкта з використанням порівняно невеликих швидкостей відхилення керувальних органів.

Покажемо, що із застосуванням отриманих вище співвідношень (12), (13) можна отримати перехідний процес відпрацювання початкових кутових відхилень, *близький до оптимального*, без застосування заздалегідь розрахованих програмних функцій (як це зроблено вище для оптимального програмного керування реальними об'єктами з алгоритмами керування виду (22)).

Для цього в класичному алгоритмі керування кутовим рухом ракет виду:

$$\delta \ddot{\psi}(t) = k_1 t k_2 \dot{\psi} \quad (23)$$

коефіцієнти посилення k_1, k_2 на заданому відрізку часу компенсації початкових умов T (від $t = t_0$ до $t = t_0 + T$) потрібно задати лінійно наростаючими від, приблизно, однієї десятої їхнього номінального значення до номінальних значень.

При цьому час T (час оптимального відпрацювання *максимальних* кутових початкових збурень) беремо *постійним* для всіх можливих комбінацій випадкових за величиною та знаками початкових відхилень координат об'єкта керування. Для виключення появи великих швидкостей і відхилень керувальних органів і об'єкта керування цей час повинен бути *більше* періоду власних коливань ракети як «твердого» тіла. І цей час можна взяти рівним 3 - 4 секундам (період власних коливань керованої «твердої» ракети, як правило, порядку двох секунд).

Запропонований досить простий алгоритм «компенсації» початкових умов за допомогою плавно наростаючих коефіцієнтів автомата стабілізації обґрунтовується за допомогою розв'язання *оберненої задачі динаміки* із застосуванням отриманих вище залежностей (12), (13).

Покроково процедура розв'язування цієї задачі така:

- у першому наближенні беремо, що основними силами, які діють на ракету (або ступінь ракети, що відокремлюється) на початковому відрізку, є сили від керувальних органів, тобто рівняння кутового руху беремо в найпростішому вигляді:

$$\ddot{\psi} = a_{\psi\delta} \cdot \delta;$$

- вибираємо максимальну швидкість відхилення керувальних органів $\dot{\delta}_{\max}$ і час T оптимального перехідного процесу;

- за допомогою залежностей (12), (13) отримуємо графіки оптимального відхилення керувальних органів, що переводять ракету із заданого початкового стану $\psi_0, \dot{\psi}_0$ у стан $\psi = 0$ і $\dot{\psi} = 0$ за час T ;

- двічі інтегруємо спрощене рівняння кутового руху «твердої» ракети з отриманим законом відхилення керувальних органів і отримуємо графіки оптимального перехідного процесу $\psi(t)$ і $\dot{\psi}(t)$;

- далі, прийнявши в алгоритмі кутової стабілізації (23) постійним відношення між коефіцієнтами $\frac{k_2}{k_1} = T_D = 0,5 - 0,7 \text{ с}$, з виразу для алгоритму у формі:

$$\delta(t) = k_1 \cdot [\psi(t) + T_D \cdot \dot{\psi}(t)],$$

де $\delta(t)$, $\psi(t)$, $\dot{\psi}(t)$ - отримані вище графіки оптимального перехідного процесу, обчислюємо, як повинен мінятися за часом коефіцієнт автомата k_1 (і відповідно $k_2 = k_1 \cdot T_D$), щоб процес відпрацьовування початкових умов був близький до оптимального.

Якщо проробити ці процедури для різних початкових умов, отримаємо різні за видом криві зміни коефіцієнта k_1 на відріжку часу T , але їх поєднує одна загальна властивість: у всіх випадках коефіцієнти досить плавно зростають від малих значень до номінальних за час T . Заміна всіх варіантів кривих одним відрізком прямої з лінійним наростанням коефіцієнтів протягом часу T забезпечує вид кривих перехідних процесів, *близьких до оптимального*. При цьому наявність додаткових зовнішніх збурних сил під час інтегрування повних рівнянь «твердої» ракети істотно не змінює близький до оптимального характер перехідних процесів.

Розв'язання різних задач оптимального керування із застосуванням отриманих вище досить простих залежностей (12), (13) не обмежується викладеними вище прикладами. Ці співвідношення з успіхом можуть бути застосовані, наприклад, до розв'язання задач оптимального гальмування (зокрема, задачі «м'якої» посадки або стикування космічних апаратів), синтезу оптимального керування методами послідовних наближень і ін.

3. Основні методичні висновки про визначення необхідних енергетичних характеристик приводів

Коректне визначення *необхідних і достатніх* енергетичних характеристик сервоприводів літальних апаратів – необхідна умова забезпечення вагової та конструктивної досконалості проектованої техніки.

Послідовність операцій для визначення основних проектних параметрів сервомеханізмів у ракетній техніці має вигляд:

1. Попередні параметри приводів для оцінки їхніх масово-габаритних характеристик беруть, виходячи з досвіду створення ракет різного класу. Швидкості приводів ракет середньої й великої дальності в першому наближенні беруть відповідними до часу відхилення керувальних

органів від нейтрального до максимально відхиленого положення за 1 секунду. Для оперативно-тактичних, крилатих і зенітних ракет цей час беруть рівним 0,5 с.

Зусилля приводів, що максимально розвивається, беруть з коефіцієнтом 1,5 – 2 від оціненого максимального навантаження на приводи.

2. Уточнення енергетичних вимог до приводів проводять одночасно з розрахунками керованості «твердої» ракети з *найпростішими моделями приводів*. Розрахунки на початкових відрізках польоту ступенів проводять із застосуванням алгоритмів «компенсації» початкових умов, які різко знижують навантаження приводів і керувальних органів за потрібними кутами та швидкостями відхилення. При цьому для верхніх ступенів ракет розрахунки початкових відрізків після відокремлення є визначальними, оскільки наступні секунди польоту проходять з повільно мінливими збуреннями, з малими кутами та швидкостями відхилення керувальних органів.

3. Для перших ступенів великих ракет, а також для оперативно – тактичних, крилатих і зенітних ракет для оцінки керованості, а також для побудови кривих поведінки точки з координатами δ , M_n або \dot{x} , F_n проводять розрахунки найбільш напружених відрізків польоту, на підставі яких вибирають характеристики керувальних органів і механічні характеристики приводів з необхідними параметрами. «Ручний» вибір найбільш напружених відрізків польоту, як правило, через одночасний облік багатьох несприятливих факторів призводить до надлишкового розрахункового навантаження керувальних органів і приводів. Найбільш коректні результати дає використання статистичних методів розрахунків, коли всі збурні фактори (у тому числі й турбулентність атмосфери) задаються випадково відповідно до законів розподілу кожного збурного фактора. Сучасні можливості обчислювальної техніки дозволяють проводити тисячі й десятки тисяч математичних «пусків» ракет і отримувати результати з високим ступенем вірогідності.

4. Для космічних апаратів, ракет з груповим виведенням супутників і для ступенів розведення бойових блоків ракет вибір максимальних швидкостей відхилення керувальних органів – досить складна оптимізаційна задача: малі швидкості (потужності) приводів зменшують вагу самих приводів і бортових джерел енергії для них, але збільшують час керування (переорієнтації ступеня), а, отже, і витрату палива ступенів. Оптимальні параметри керування з відповідними характеристиками системи приводів можна отримати із застосуванням запропонованих вище простих аналітичних

залежностей, які зв'язують повний час керування зі швидкостями відхилення керувальних двигунів на необхідний кут.

4. Дослідження стійкості гідравлічних сервомеханізмів

Теоретичні й експериментальні роботи з дослідження стійкості, лінійних і нелінійних математичних моделей гідравлічних сервомеханізмів, основні результати яких викладено нижче, були проведені в 1977-1978 роках на ДП «КБ «Південне» під час створення стратегічної твердопаливної ракети 15Ж44 з хитною головною частиною. Необхідно було в найкоротший строк створити легкий, економічний і високодинамічний гідропривід для відхилення багатотонного головного відсіку ракети, маса й навантаження від якого більше ніж на порядок перевершували аналогічні характеристики традиційних керувальних органів стратегічних ракет. Задачу було успішно розв'язано. Приводи цього типу надалі використовували на всій лінійці ракет з хитною головною частиною та застосовують для хитання маршових двигунів першого ступеня космічної ракети-носія «Зеніт».

Сучасний стан обчислювальної техніки й добре розвинутий апарат теорії автоматичного керування дають широкий набір інструментів для дослідження стійкості та динамічних властивостей складних об'єктів керування, поведінку яких моделюють за допомогою як лінійних, так і нелінійних диференціальних рівнянь.

Використання лінійних рівнянь (точніше, лінеаризованих, оскільки будь-яка реальна система має, принаймні, обмежені параметри й апріорі є нелінійною) має незаперечні переваги. Алгебричні та частотні критерії стійкості, а також аналіз кореневих годографів дозволяють отримувати розв'язки навіть при високих порядках системи рівнянь, а для рівнянь 2 і 3 порядку отримувати *аналітичні* вирази для критичних значень параметрів, степені демпфірування та границь областей стійкості.

З іншого боку, аналіз поведінки об'єктів із застосуванням нелінійних систем рівнянь, які практично не обмежені за глибиною та точністю математичного опису, рівнем і видом тестових сигналів, повнотою обліку зовнішніх факторів (збурень) - має свої позитивні особливості. Математичні експерименти з об'єктом досліджень (які є результатами чисельного (або електронного) інтегрування нелінійних рівнянь) дають найбільш достовірні дані про поведінку системи в різних ситуаціях і цінну інформацію для експериментального відпрацювання об'єкта досліджень.

Єдина необхідна умова застосування як лінійних, так і нелінійних математичних моделей поведінки об'єктів – це адекватний опис фізичних закономірностей взаємодії основних ланок системи. Щодо цього досвід роботи й добре розуміння об'єкта досліджень мають першорядне значення.

4.1 Лінійна математична модель гідроприводу з інерційним навантаженням

Лінійні диференціальні рівняння в основному призначені для дослідження стійкості об'єктів керування. Як правило, вони мають простіший вигляд, ніж «повні», нелінійні рівняння, але їх застосування коректне тільки за малих рівнів керувальних сигналів і малих змін параметрів.

Отримують лінійні математичні моделі або за допомогою лінеаризації вихідних нелінійних рівнянь (що в багатьох випадках зробити досить складно), або безпосереднім виведенням заздалегідь спрощених залежностей між параметрами й нехтуванням другорядними факторами для зменшення порядку системи рівнянь.

Гідроприводи в ракетній техніці (як і в багатьох промислових застосуваннях) є силовими елементами для фізичного виконання команд системи керування. Під час виконання командних сигналів вони долають інерційний і зовнішній опір власних переміщуваних мас і мас керувальних органів. Силова взаємодія мас обов'язково супроводжується пружною деформацією елементів ланцюга передачі зусилля, тобто деформацією конструкції та деформацією (стисненням) об'єму рідини в гідроциліндрах, тому *коректний опис силової взаємодії ланок усередині контуру сервопривода – основна умова для отримання достовірних результатів досліджень.*

Основні припущення під час вибору лінійної моделі гідроприводу викладено нижче.

Розглянуто традиційну схему гідравлічного сервопривода зі зворотним зв'язком за положенням штока приводу (див. рис. 11).

Зовнішні навантаження під час дослідження стійкості із застосуванням лінійних моделей не враховують, оскільки вони слабо впливають на характер поведінки, стійкість і загасання процесів.

Для зменшення порядку системи рівнянь можна не враховувати також запізнювання в ланці керування золотниками. Це цілком коректне допущення, оскільки власні частоти ланки гідравлічного розподільника значно вище парціальних частот коливань навантаження на «пружині» конструкції й «пружині» стовпа рідини в порожнинах гідроциліндра.

Витрата рідини через золотник діленням на площу поршня зводиться до швидкості переміщення штока, яка була б при «нестисливій» рідині.

Переміщення штока з «нестисливою» рідиною, коректується на значення деформації рідини. Пружний зсув за рахунок стискальності рідини пропорційно зусиллю на штоку приводу, поділеному на твердість стовпа рідини в порожнинах гідроциліндра. Зусилля на штоку, у свою чергу, пропорційно деформації конструкції й конструктивній жорсткості тракту. І, нарешті, прискорення навантаження – це те ж саме зусилля, поділене на масу навантаження.

Таким чином, лінійні рівняння гідравлічного сервопривода зі спрощеним описом витрат робочої рідини та з урахуванням силової взаємодії приводу й навантаження через деформацію конструкції та деформацію (стискальність) робочої рідини беруть у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{X}_{\text{ж}} &= \rho_3 \cdot K_V - K_H \cdot F; \\ X_{\text{шт}} &= X_{\text{ж}} - \frac{F}{C_{\text{ж}}}; \\ F &= C_{\text{кр}} \cdot (X_{\text{шт}} - X); \\ \ddot{X} &= \frac{F}{m}; \\ \rho_3 &= K_{33} \cdot (X_K - X_{\text{шт}}), \end{aligned} \tag{24}$$

У цих рівняннях такі позначення:

X - переміщення навантаження;

$X_{\text{шт}}$ - переміщення штока приводу;

$\dot{X}_{\text{ж}}$, $X_{\text{ж}}$ - швидкість і переміщення штока приводу за умовно нестислової рідини;

X_K - командний сигнал;

ρ_3 - відхилення золотника від нейтрального положення;

m – маса керувального органа, зведена до штока;

F – сила в кінематичному тракту, спрямована по осі штока;

K_V - крутість швидкісної характеристики приводу;

K_{33} - коефіцієнт зворотного зв'язку;

K_H - коефіцієнт нахилу механічної характеристики приводу, характеризує падіння швидкості (витрати рідини) при збільшенні навантаження на штоці;

$C_{\text{ж}}$ - жорсткість стовпа рідини в гідроциліндрі;

$C_{\text{кр}}$ - конструктивна жорсткість кінематичної передачі привід-навантаження (зведена до штока еквівалентна жорсткість кріплення).

Лінійна система рівнянь (24) має третій порядок. Характеристичне рівняння системи в операторній формі записуємо у вигляді:

$$a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3 = 0. \quad (25)$$

При цьому вирази для коефіцієнтів цього характеристичного рівняння, записані через параметри сервопривода, мають вигляд:

$$a_0 = 1; \quad a_1 = K_H \cdot C_\Sigma + K \cdot \frac{C_\Sigma}{C_{KP}}; \quad a_2 = \frac{C_\Sigma}{m}; \quad a_3 = K \cdot \frac{C_\Sigma}{m}, \quad (26)$$

де

$K = K_{зз} \cdot K_V$ - коловий коефіцієнт підсилення в контурі сервопривода;

$$C_\Sigma = \frac{C_{KP} \cdot C_J}{C_{KP} + C_J} - \text{сумарна жорсткість системи гідропривід-навантаження.}$$

Використовуючи алгебричний критерій Гурвіца, легко отримати вираз для критичного коефіцієнта підсилення в контурі сервопривода з негативним зворотним зв'язком за *положенням штока*:

$$K_{\text{крит}} = C_J \cdot K_H. \quad (27)$$

Аналогічні викладення для випадку організації негативного зворотного зв'язку за *положенням навантаження* дають трохи інший вираз для критичного значення колового коефіцієнта в контурі:

$$K_{\text{крит}} = C_\Sigma \cdot K_H. \quad (28)$$

Залежності (26) і (27) дозволяють зробити такі висновки:

1. Критичний коефіцієнт підсилення в контурі сервопривода пропорційний твердості елементів системи, *охоплених зворотним зв'язком*. Для забезпечення максимальних запасів стійкості в контурі, сигнал негативного зворотного зв'язку краще знімати зі штока приводу, а не з навантаження, оскільки завжди $C_J > C_\Sigma$.

2. Запаси стійкості в контурі сервопривода при малому запізнюванні в гідропідсилювачі приводу практично не залежать від маси навантаження.

3. У всіх випадках запаси стійкості в контурі сервопривода визначаються ступенем падіння швидкості приводу при збільшенні навантаження, тобто величиною нахилу механічної характеристики гідроприводу = . коефіцієнтом K_H .

4.2 Визначення степеня демпфірування в контурі сервопривода

Крім критичного коефіцієнта підсилення в контурі сервопривода, важливо оцінити ступінь демпфірування коливань навантаження під час відпрацювання стрибкоподібних командних сигналів, тобто показник загасання (декремент ξ).

Взята найпростіша динамічна схема сервопривода має третій порядок (див. рівняння (24, 25)), тому точний аналітичний вираз для коефіцієнта ξ отримати можна, але він буде досить громіздким і не наочним. Для практичних цілей простий і досить хороший *наближений* вираз для цього коефіцієнта можна отримати за допомогою ряду коректних припущень.

Для цього характеристичне рівняння (25) подаємо у вигляді:

$$(c + p) \cdot (p^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot p + \omega^2) = 0, \quad (29)$$

де

c – коефіцієнт, за значенням близький до колового коефіцієнта підсилення в контурі сервопривода;

ξ – коефіцієнт відносного демпфірування, що характеризує загасання перехідних процесів;

ω – власна частота коливань маси навантаження на сумарній твердості тракту.

З фізичних міркувань очевидно, що перший співмножник характеризує аперіодичну ланку, близьку до інтегрувальної ланки приводу, охопленому негативним зворотним зв'язком. Другий співмножник має близькі параметри з коливальною ланкою маси навантаження на сумарній конструктивній жорсткості підвіски та стовпа рідини в гідроциліндрі.

Прирівняємо вирази для коефіцієнтів при рівних степенях оператора в рівняннях (25) і (29):

$$a_1 = c + 2 \cdot \xi \cdot \omega = K \cdot \frac{C_{\Sigma}}{C_{KP}} + K_H \cdot C_{\Sigma};$$

$$a_2 = \omega^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot c = \frac{C_{\Sigma}}{m};$$

$$a_3 = c \cdot \omega^2 = K \cdot \frac{C_{\Sigma}}{m}.$$

(30)

З другого рівняння системи (30) маємо

$$\omega^2 = \frac{C_{\Sigma}}{m} - 2 \cdot \xi \cdot \omega \cdot c;$$

При реальних для сервомеханізмів діапазонах величин параметрів $\omega \geq 30 \dots 40$, $\xi \leq 0.2 \dots 0.3$ и $c \leq 10 \dots 15$ із допустимою похибкою можна взяти:

$$\omega^2 \approx \frac{C_{\Sigma}}{m} = \omega_{\Sigma}^2.$$

З тією ж точністю з третього рівняння системи (30)

$$K \approx c.$$

Тоді з першого рівняння випливає, що

$$\xi \approx 0.5 \cdot m \cdot \omega_{\Sigma} \cdot \left(K_H - \frac{K}{C_{\Sigma}} \right). \quad (31)$$

Або через критичний коефіцієнт підсилення

$$\xi \approx 0.5 \cdot \frac{m \cdot \omega_{\Sigma}}{C_{\Sigma}} \cdot (K_{KP} - K). \quad (32)$$

Отримані досить прості й фізично наочні наближені вирази (31, 32) для коефіцієнта ξ дозволяють зробити деякі важливі висновки щодо ступеня демпфірування в контурі сервопривода:

1. Коефіцієнт демпфірування пропорційний запасу стійкості в контурі сервопривода, тобто різниці між критичним коефіцієнтом підсилення контуру й прийнятим коефіцієнтом підсилення.
2. Демпфірування в контурі сервопривода збільшується зі зростанням маси та зростанням сумарної жорсткості силового тракту, тобто при одній і тій же власній частоті підвіски кращі демпфірувальні властивості буде мати сервопривод, навантаження якого має більшу масу. Якщо ж якість системи оцінювати за часом загасання коливань, то при збільшенні тільки маси навантаження час загасання змінюється незначно.
3. Збільшення жорсткості *будь-якої частини* силового тракту поліпшує демпфірувальні властивості сервоприводів.
4. Як і у випадку розрахунків запасів стійкості в контурі, визначальним параметром для забезпечення демпфірування є коефіцієнт K_H - величина нахилу механічної характеристики гідроприводу за малих рівнів сигналів.

Крім коефіцієнта K_H , усі інші коефіцієнти в лінійній математичній моделі гідравлічного сервопривода (24) визначаються масовими, енергетичними й конструктивними параметрами приводу та навантаження.

Так, наприклад, жорсткість рідини в порожнинах гідроциліндра (при нейтральному положенні поршня) розраховують за формулою:

$$C_{ж} = \frac{2 \cdot E \cdot S_{п}}{L},$$

де

E – модуль пружності робочої рідини, беруть у діапазоні 10000-14000 кг/см² залежно від застосовуваної рідини;

$S_{п}$ – площа поршня приводу, см;

L – повний хід штока від нейтрального положення, см.

Слід ураховувати, що жорсткість «рідкої» пружини $C_{жс}$ мінімальна при нейтральному положенні штока й різко зростає при наближенні штока приводу до крайніх положень (до кришок гідроциліндрів). Така залежність жорсткості від положення штока гідроприводу, звичайно, впливає на його динамічні властивості, і в окремих ситуаціях її необхідно враховувати під час аналізу поведінки приводу.

Жорсткість кінематичної передачі $C_{кр}$ найточніше визначають через частоту пружної підвіски й зведену до штока приводу масу навантаження (керувального органа):

$$C_{кр} = \omega^2 \cdot m,$$

де

ω – власна частота пружної підвіски керувального двигуна, рад/с.

Як правило, власну частоту визначають експериментально або теоретично із застосуванням сучасних методів кінцевих елементів.

На ранніх етапах проектування для маршових керувальних двигунів частоту пружної підвіски можна брати з діапазону 6-10 Гц, маючи на увазі, що при частотах підвіски нижче 5 Гц можуть виникнути проблеми з керованістю та стійкістю «твердої» ракети. Якщо визначена експериментально (або розрахунковими методами) частота підвіски камери РРД (або поворотного сопла у випадку з ТРД) виявиться нижче 5 Гц, необхідно вживати конструктивних заходів для збільшення жорсткості підвіски та доведення резонансної частоти до рівня більшого або рівного 6 Гц. Для рульових двигунів малої тяги проблем з частотами пружної підвіски зазвичай не виникає й для оцінних розрахунків стійкості можна брати частоту підвіски 15 – 20 Гц. Такі порівняно високі частоти допускають використання сигналу зворотного зв'язку безпосередньо з осі рульових камер без істотного збитку для запасів стійкості в контурі сервопривода).

Таким чином, майже всі основні параметри сервомеханізмів визначаються енергетичними вимогами й конструктивними умовами компонування.

Залишається єдина ланка гідроприводу, варіація параметрів якого, як буде показано нижче, впливає на статичні та динамічні характеристики сервомеханізму — це гідравлічний розподільник.

Необхідно відзначити, що гідравлічні розподільники типу сопло-заслінка або струминна трубка забезпечують досить хороші демпфівальні властивості сервоприводів, але мають дуже істотний недолік - великі непродуктивні витрати рідини. З цієї причини їх використовують в основному в попередніх каскадах гідравлічних розподільників. Керування основним потоком рідини покладають, як правило, на циліндричні або плоскі золотники.

Крім максимальних прохідних перерізів, які забезпечують необхідні витрати робочої рідини, циліндричні золотники характеризуються наявністю або відсутністю початкових осьових зазорів на робочих щілинах. Зазори можуть бути позитивними (тобто з початковими відкриттями робочих щілин) або, порівняно рідко, негативними (тобто з початковими перекриттями щілин).

Потрібно мати на увазі, що за відсутності початкових осьових і малих радіальних зазорів у золотнику (так званий «ідеальний відсічний золотник»), при зменшенні рівня керувальних сигналів, коефіцієнт K_H прагне до нуля й сервопривід буде *нестійким у районі малих керувальних сигналів*. Тобто у цьому випадку, навіть при порівняно малій крутості негативного зворотного зв'язку, не можна гарантувати відсутність автоколивань, у тому числі і при плавно мінливих рівнях команди.

Нижче, під час аналізу повної нелінійної математичної моделі гідроприводу, буде показано, що саме *геометрія* початкових робочих щілин циліндричних золотників фактично визначає *статичні, а разом з пружними властивостями системи і динамічні характеристики гідравлічних сервомеханізмів*.

5. ГЕОМЕТРІЯ ЗОЛОТНИКА, СТАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА ДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ГІДРОПРИВОДУ

Схема класичного гідравлічного сервомеханізму, на підставі якої проведено математичний опис його роботи, наведена на рис. 12.

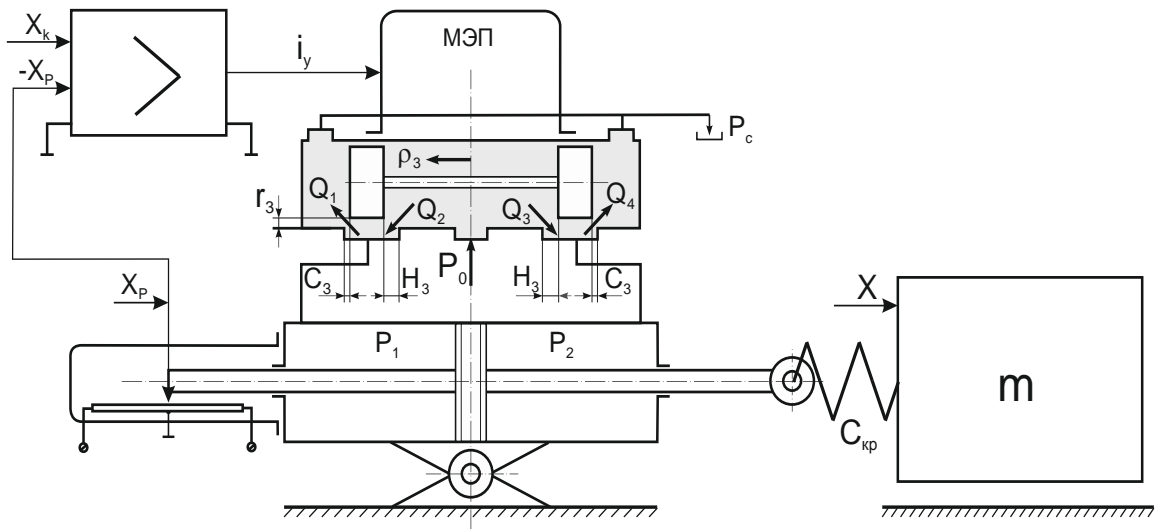


Рис. 12. Схема гідравлічного сервопривода

У поданій на рис. 12 схемі гідроприводу прийнято такі позначення:

r_3 - радіальний зазор у золотнику;

H_3 - початковий осьовий зазор з боку напірної магістралі;

C_3 - початковий осьовий зазор з боку зливної магістралі;

ρ_3 - зміщення золотника від нейтрального положення;

P_0 , P_c - тиски робочої рідини в напірній і зливній магістралях;

P_1 , P_2 - тиски в порожнинах гідроциліндра;

МЭП – магнітоелектричний перетворювач.

Перепад тисків у порожнинах гідроциліндра $\Delta P = P_1 - P_2$ є основною рушійною силою приводу. У свою чергу, тиск рідини в кожній порожнині залежить від об'ємів рідини, що надійшла та покинула цю порожнину, а також від зміни об'єма порожнин за рахунок переміщення поршня.

Таким чином, коректні рівняння гідроприводу для аналізу його статичних і динамічних характеристик можна отримати під час досить точного розрахунку балансу витрат робочої рідини в порожнинах гідроциліндра й обліку руху поршня.

При великих відхиленнях золотника від нейтрального положення площі прохідних перерізів (і відповідні витрати) в основному пропорційні цим відхиленням і слабо залежать від початкових зазорів.

У районі нейтрального положення золотника, за малих його відхилень, початкові осьові й радіальні зазори, їхні величина та співвідношення мають максимальний вплив на площі прохідних перерізів і на відповідні витрати робочої рідини.

З другого боку, і нижче це буде показано, зміни витрат рідини за малих відхилень золотника фактично визначають вид статичних характеристик, чутливість і демпфівальні властивості гідроприводу. Тому точний опис площ прохідних перерізів золотника та відповідних витрат у *повному діапазоні* його відхилень є основою коректної математичної моделі

гідравлічного приводу.

Витрати рідини через робочі щілини золотника визначають відомими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} Q_1 &= S_1 \cdot \sqrt{|P_1 - P_C|} \cdot \text{sign}(P_1 - P_C); \\ Q_2 &= S_2 \cdot \sqrt{|P_0 - P_1|} \cdot \text{sign}(P_0 - P_1); \\ Q_3 &= S_3 \cdot \sqrt{|P_0 - P_2|} \cdot \text{sign}(P_0 - P_2); \\ Q_4 &= S_4 \cdot \sqrt{|P_2 - P_C|} \cdot \text{sign}(P_2 - P_C); \end{aligned} \quad (33)$$

де

S_1, S_2, S_3, S_4 - ефективні провідності робочих щілин, пропорційні площам відповідних прохідних перерізів, які у свою чергу залежать від початкових зазорів і зміщення золотника від нейтрального положення. Наприклад, для першої щілини провідність записуємо так:

$$S_1 = \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \cdot b \cdot \sqrt{(C_3 - \rho_3)^2 + r_3^2}, \quad (\rho_3 < C_3);$$

$$S_1 = \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \cdot b \cdot r_3 \quad (\rho_3 > C_3)$$

де:

μ - коефіцієнт витрати рідини через вузькі щілини (далі його значення беремо рівним 0,65);

g - прискорення вільного падіння;

γ - питома вага робочої рідини;

b - ширина робочої щілини золотника.

Аналогічно обчислюємо площі інших робочих щілин.

Для стислості запису введемо позначення:

$$H = \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \cdot b \cdot H_3; \quad r = \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \cdot b \cdot r_3;$$

$$C = \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \cdot b \cdot C_3; \quad \rho = \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \cdot b \cdot \rho_3.$$

І надалі, також для стислості, умовно, збережемо за новими символами H, C, r, ρ назви «початкові зазори» і «величина зміщення золотника»

З елементарних геометричних співвідношень отримуємо вирази для ефективних провідностей робочих вікон золотника в повному діапазоні його відхилень:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= \sqrt{(C - \rho)^2 \cdot (1 + \text{sign}(C - \rho)) \cdot 0.5 + r^2}; \\
 S_2 &= \sqrt{(H + \rho)^2 \cdot (1 + \text{sign}(H + \rho)) \cdot 0.5 + r^2}; \\
 S_3 &= \sqrt{(H - \rho)^2 \cdot (1 + \text{sign}(H - \rho)) \cdot 0.5 + r^2}; \\
 S_4 &= \sqrt{(C + \rho)^2 \cdot (1 + \text{sign}(C + \rho)) \cdot 0.5 + r^2};
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

З використанням нелінійних залежностей (33), (34) можна отримати вираз для основних статичних характеристик гідроприводу, побудувати сітку механічних характеристик і, що дуже важливо для оцінки запасів стійкості й демпфірування в контурі сервопривода, отримати *аналітичний вираз для визначення коефіцієнта нахилу механічної характеристики K_H* .

5.1 Силова характеристика

Силова характеристика виражає залежність перепаду тиску на поршні гідроциліндра (або зусилля на штоку) від переміщення золотника силового каскаду при нерухомому поршні.

Умови нерухомості поршня мають вигляд:

$$Q_1 = Q_2; \quad Q_3 = Q_4;$$

З цих умов із застосуванням залежностей (8) і (9) знаходимо тиски в порожнинах, а потім і перепад тисків на поршні:

$$\Delta P = \frac{S_2^2 \cdot S_4^2 - S_1^2 \cdot S_3^2}{(S_1^2 + S_2^2) \cdot (S_3^2 + S_4^2)} \cdot (P_0 - P_C).
 \tag{35}$$

Множник перед різницею тисків (позначимо його $S_{\Delta P}$) фактично являє собою нормовану силову характеристику гідроприводу.

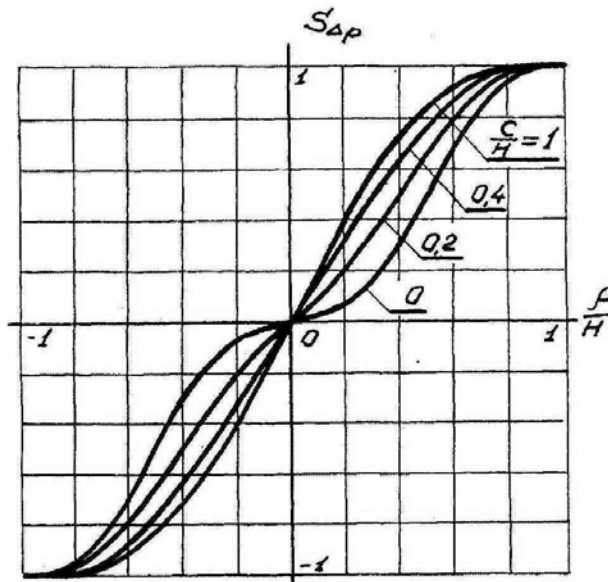


Рис. 13. Сітка нормованих силових характеристик приводу

На рис. 13 подано сітку нормованих силових характеристик гідроприводу, побудовану для різних комбінацій початкових осьових зазорів у золотнику при малому радіальному зазорі ($r_3 \approx 0$).

Слід зазначити, що зменшення початкових зазорів з боку зливної магістралі нижче співвідношення $C/H < 0,1$ призводить до різкого зменшення крутості силової характеристики й, відповідно, до збільшення зони нечутливості приводу за наявності в навантаженні сухого тертя.

З виразу (35) можна також визначити рівень початкового тиску в порожнинах гідроциліндра:

При нейтральному положенні золотника ($\rho = 0$) $P_1 = P_2 = P_{\text{нач}}$. Якщо в першому наближенні нехтувати впливом радіального зазору та тиском у зливній магістралі, то

$$P_{\text{нач}} = \frac{P_0}{1 + \left(\frac{C}{H}\right)^2}. \quad (36)$$

Для гідроприводів, що працюють з великими інерційними навантаженнями, з метою виключення явищ кавітації робочої рідини під час різких змін командного сигналу необхідно мати початковий рівень тиску в порожнинах якнайвищий. Для цього початкові зазори повинні задовольняти нерівності $H \gg C$. Нижче буде показано, що виконання цієї умови також сприяє збільшенню демпфірувальних властивостей приводу та зменшує непродуктивні витрати робочої рідини.

5.2 Швидкісна характеристика холостого ходу

Вираз для швидкісної характеристики холостого ходу приводу можна отримати з умов:

$$P_1 = P_2 \quad \text{і} \quad Q_2 - Q_1 = Q_4 - Q_3,$$

звідки:

$$\dot{X} = \frac{S_{\dot{X}}}{S_{\Pi}} \cdot \sqrt{P_0 - P_c}, \quad (37)$$

де

S_{Π} - площа поршня;

$$S_{\dot{X}} = \frac{S_2 \cdot S_4 - S_1 \cdot S_3}{\sqrt{(S_2 + S_3)^2 + (S_1 + S_4)^2}} - \text{провідність, яка фактично є нормованою}$$

швидкісною характеристикою приводу.

На рис. 14 подано сітку нормованих швидкісних характеристик гідроприводу при різних комбінаціях осьових зазорів і $r \approx 0$.

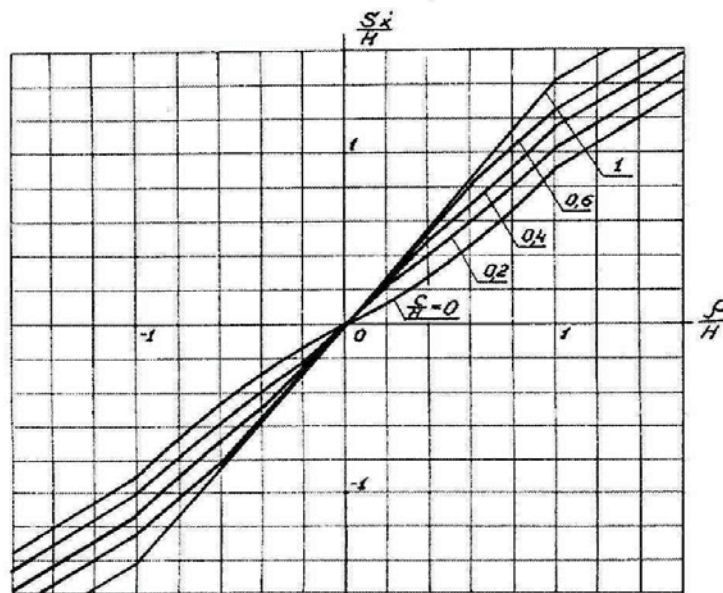


Рис. 14. Сітка нормованих швидкісних характеристик приводу

Форма кривих швидкісних характеристик показує, що наявність початкових зазорів у золотниках збільшує крутість швидкісної характеристики в районі малих відкриттів золотника приблизно в 1,5-2 рази

порівняно з ділянками, де $\left| \frac{\rho}{H} \right| > 1$. Це пояснюється «подвійною» крутістю зміни прохідних перерізів золотника, коли збільшується щілина з боку напірної магістралі й одночасно зменшується щілина з боку зливної.

5.3 Витоки робочої рідини

Непродуктивні витрати робочої рідини (або, інакше, витоки) визначають з умов:

а) при нерухомому поршні:

$$Q_{\text{ут}} = Q_2 + Q_3 = Q_1 + Q_4 \quad \text{и} \quad Q_1 = Q_2; \quad Q_3 = Q_4,$$

звідки:

$$Q_{\text{ут}} = S_{\text{ут}} \cdot \sqrt{P_0 - P_C}, \quad (38)$$

де

$$S_{\text{ут}} = \frac{S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{S_3^2 + S_4^2} + S_3 \cdot S_4 \cdot \sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{\sqrt{(S_1^2 + S_2^2) \cdot (S_3^2 + S_4^2)}};$$

б) при рухомому без навантаження штоку приводу:

$$Q_{\text{ут.дв}} = Q_1 + Q_3 \quad \text{и} \quad P_1 = P_2,$$

звідки:

$$Q_{\text{ут.дв}} = S_{\text{ут.дв}} \cdot \sqrt{P_0 - P_C},$$

де

$$S_{\text{ут.дв}} = \frac{S_1 \cdot S_2 + 2 \cdot S_2 \cdot S_3 + S_3 \cdot S_4}{\sqrt{(S_2 + S_3)^2 + (S_1 + S_4)^2}}.$$

На рис. 4 подано нормовані характеристики витоків гідроприводів при рухомому без навантаження штоку приводу та $r \approx 0$.

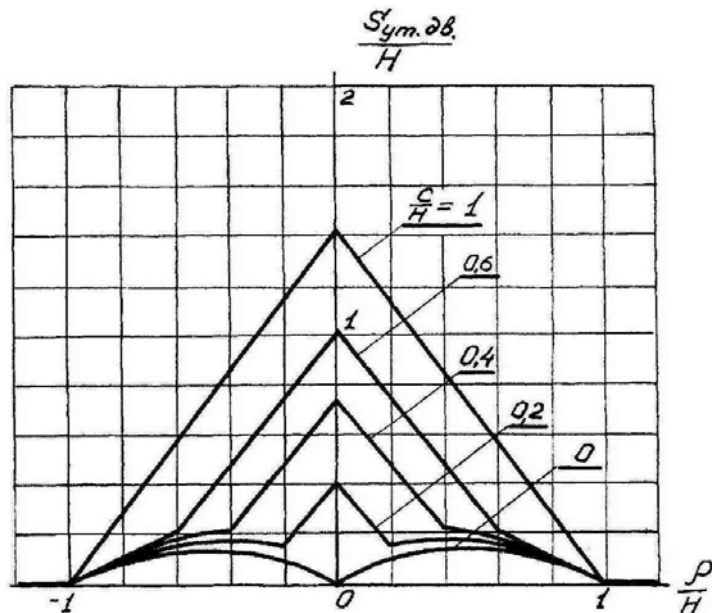


Рис. 15. Сітка нормованих характеристик витоків приводу

При $\frac{C}{H} < 0.5$ й малих відкриттях золотника витоки рідини з достатньою для практики точністю можна визначити за спрощеною формулою:

$$Q_{\text{вт}} \approx 2 \cdot C \cdot \sqrt{P_0 - P_c} \quad (\text{при } \rho \approx 0),$$

тобто для $\frac{C}{H} < 0.5$ непродуктивні витрати робочої рідини при нейтральному положенні золотника визначають в основному розміром початкових осьових зазорів з боку зливної магістралі. У всіх випадках витоки зменшуються до нульових значень зі збільшенням відкриття золотника до $\rho > H$.

5.4 Механічні характеристики гідроприводу

Сітка механічних характеристик, що виражає залежність усталеної швидкості приводу від навантаження при фіксованих відкриттях золотника, містить інформацію про швидкісні, силові (моментні) та динамічні характеристики приводу, і найбільше повно відбиває його властивості.

Умови для розрахунків механічних характеристик такі:

$$P_1 - P_2 = \Delta P \quad \text{і} \quad \dot{X} = \frac{Q_2(P_1) - Q_1(P_1)}{S_{\text{п}}} = \frac{Q_4(P_2) - Q_3(P_2)}{S_{\text{п}}}$$

З цих умов можна отримати аналітичний вираз для залежності $\dot{X}(\Delta P)$, проте цей вираз буде досить складним, громіздким і користуватися ним буде незручно. Порівняно просто цю задачу можна розв'язати шляхом нескладних обчислень. Для цього, при фіксованому значенні зміщення золотника ρ , розраховують дві таблиці (або будують два графіки) швидкостей приводу $\dot{X}(P_1)$ і $\dot{X}(P_2)$ за різних тисків у порожнинах циліндра. Потім для кожного фіксованого значення швидкості інтерполяцією з таблиць (або графіків цих двох кривих) визначають відповідні тиски в порожнинах P_1 , P_2 і різницю тисків. У результаті будують криву $\dot{X}(\Delta P)$. Обчислення повторюють для інших значень зміщення золотника ρ .

Необхідно підкреслити, що побудову *нормованих* статичних характеристик приводу, у тому числі і його механічної характеристики, проводять *один раз*, і потім ці нормовані характеристики неодноразово можуть бути використані для простого перерахування на конкретні параметри *будь-якого іншого приводу* для взятих величин і співвідношень початкових зазорів у золотниках.

Як приклад на рис. 16 наведено сітки нормованих механічних характеристик гідравлічних приводів для двох відношень початкових зазорів у золотниках:

$$\frac{C}{H} = 1 \quad (\text{рис. 16, а}) \quad \text{і} \quad \frac{C}{H} = 0.1 \quad (\text{рис. 16, б}).$$

Ці характеристики показують, що наявність початкових осьових зазорів приводить до появи при малих зміщеннях золотників основного демпфірувального фактора у гідроприводі – зниження швидкості зі зростанням навантаження. Нагадаємо, що при відсутності зазорів («відсічний золотник»), при малих рівнях зміщення золотника, швидкість слабо змінюється при збільшенні навантаження й звичайне демпфірування практично відсутнє.

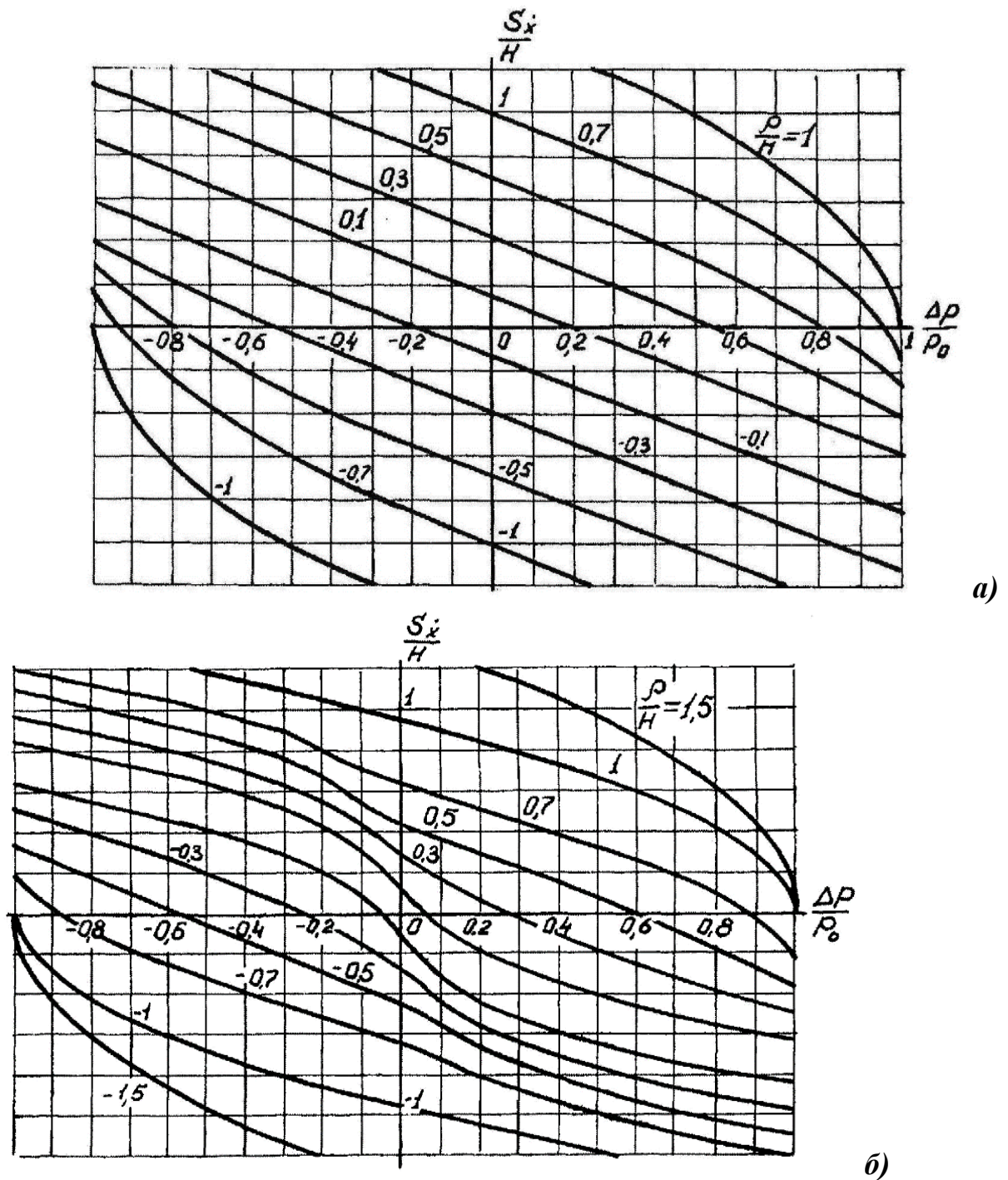


Рис. 16. Сітки нормованих механічних характеристик приводу при різних комбінаціях початкових осьових зазорів:

$$\text{а) } \frac{C}{H} = 1; \text{ б) } \frac{C}{H} = 0.1$$

Порівняння графіків показує, що виконання золотників з відношенням початкових осьових зазорів $\frac{C}{H} = 0.1$ порівняно з випадком $\frac{C}{H} = 1$ приводить до істотної деформації сітки кривих на околицях малих відкриттів золотника й малих перепадів тисків і, відповідно, до збільшення в кілька разів нахилу механічних характеристик (тобто до збільшення коефіцієнта K_H).

Таким чином, за інших рівних умов, зменшення початкових зазорів з боку зливної магістралі порівняно із зазорами з боку напірної магістралі підвищує демпфівальні властивості приводу.

При зменшенні зазорів з боку зливної магістралі зменшуються також і витoki робочої рідини, що, до речі, свідчить про відсутність прямого зв'язку між величиною витоків і ступенем демпфірування. Однак слід мати на увазі, що зменшення співвідношення C/H нижче значення 0,1 призводить до зниження чутливості приводу й до можливої появи зони нечутливості.

Таким чином, цілеспрямований вибір конкретних величин і співвідношень початкових осьових зазорів у золотнику силового каскаду дозволяє цілеспрямовано деформувати сітку механічних характеристик для забезпечення бажаних динамічних (і статичних) характеристик проєктованого приводу.

5.5 Коефіцієнт нахилу механічної характеристики

Найбільш важливою інформацією для оцінки динамічних властивостей сервопривода, яку дає сітка механічних характеристик, є крутість нахилу кривих $\dot{X}(\Delta P)$ в околицях малих відкриттів золотника та малих перепадів тиску, тобто коефіцієнт K_H .

Аналітичний вираз для цього коефіцієнта можна отримати з умов, які використовували під час побудови сітки механічних характеристик.

Витрата рідини на переміщення поршня:

$$\dot{Q} = \dot{X} \cdot S_{\Pi} = Q_2 - Q_1 = Q_4 - Q_3.$$

Шуканий коефіцієнт нахилу механічної характеристики:

$$K_H = -\frac{d\dot{X}}{dF} = \frac{dQ}{d\Delta P} \cdot \frac{1}{S_{\Pi}^2}.$$

Маючи залежності (8) витрат на щілинах золотника від тисків у порожнинах P_1 і P_2 , можна отримати:

$$dP_1 = \frac{1}{\frac{\partial Q}{\partial P_1}} \cdot dQ; \quad dP_2 = \frac{1}{\frac{\partial Q}{\partial P_2}} \cdot dQ; \quad d\Delta P = dP_1 - dP_2 = \left(\frac{1}{\frac{\partial Q}{\partial P_1}} - \frac{1}{\frac{\partial Q}{\partial P_2}} \right) \cdot dQ;$$

звідки:

$$\frac{dQ}{d\Delta P} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial P_1} \cdot \frac{\partial Q}{\partial P_2}}{\frac{\partial Q}{\partial P_2} - \frac{\partial Q}{\partial P_1}}.$$

Підставляючи вирази для похідних $\frac{\partial Q}{\partial P_1}$ і $\frac{\partial Q}{\partial P_2}$ вважаючи, що для малих перепадів і за малих відхилень золотника від нейтрального положення $P_1 = P_2$, після нескладних перетворень отримуємо:

$$\frac{dQ}{d\Delta P} = \frac{-S_d}{\sqrt{P_0 - P_c}},$$

де

$$S_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{[(S_2 + S_3) \cdot S_2 + (S_1 + S_4) \cdot S_1] \cdot [(S_1 + S_4) \cdot S_4 + (S_2 + S_3) \cdot S_3]}{(S_1 + S_4) \cdot (S_2 + S_3) \cdot \sqrt{(S_2 + S_3)^2 + (S_1 + S_4)^2}}.$$

S_d - це деяка еквівалентна провідність, що характеризує демпфірувальні властивості приводу.

Ураховуючи залежності швидкості від витрати та зусилля від перепаду тисків від площі поршня, отримуємо вираз для коефіцієнта K_H :

$$K_H = \frac{S_d}{S_{\Pi}^2 \cdot \sqrt{P_0 - P_c}}. \quad (39)$$

На рис. 17 подано сітку нормованих щодо величини зазору H кривих демпфірувальних провідностей $\frac{S_d(\rho)}{H}$ для різних комбінацій початкових осьових зазорів.

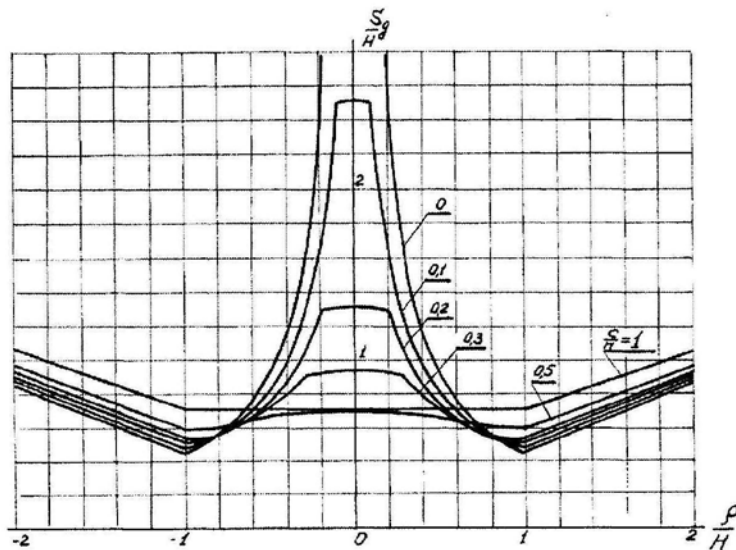


Рис. 17. Сітка нормованих демпфірувальних провідностей

Ураховуючи, що вираз для K_H отримано за умови допущення малих зсувів золотника і малих перепадів тисків, його потрібно вважати наближеним для значень відхилень золотника у межах $|\rho| \approx H$ і більше. Проте порівняння величин K_H , отриманих із залежності (39), і поведінки кривих механічної характеристики (рис. 16, б) показує, що це наближення досить хороше.

Характерною особливістю поведінки кривих $S_d(\rho)$ і, відповідно, коефіцієнта K_H є наявність вираженого максимуму в околі малих переміщень золотника ($|\rho| < 0,3H$) і мінімуму у межах $|\rho| \approx H$. Ця особливість зумовлює необхідність використання різних значень коефіцієнта K_H для визначення запасів стійкості в контурі та для визначення ступеня демпфірування.

Очевидно, запаси стійкості в контурі сервопривода визначаються мінімумом кривої $S_d(\rho)$. При цьому для $\frac{C}{H} < 0,3$ можна прийняти

$$S_{d \min} \approx 0,5H. \quad (40)$$

Рівень демпфірування власних коливань визначається максимумом кривої $S_d(\rho)$, оскільки власні коливання стійкого сервопривода відбуваються за малих амплітуд відхилення золотника від нейтрального положення.

Для $\rho \approx 0$ і $0,1 \leq \frac{C}{H} \leq 0,5$ можна прийняти

$$S_{d \max} \approx 0,25 \times \frac{H^2}{C} \quad (41)$$

Користуючись наближеними виразами (40, 41) або сіткою нормованих демпфірувальних провідностей (рис. 17), можна із прийнятною точністю визначити коефіцієнт K_H для оцінювання стійкості - K_H^y і коефіцієнт K_H для оцінювання демпфірування - K_H^d . Потім, з використанням спрощених виразів,

отриманих із лінійної моделі, оцінити запаси стійкості і декремент загасання коливань у замкненому контурі сервопривода:

$$K_{кр} = K_H^y \cdot C_{ж}$$

$$\xi = 0,5 \cdot m \cdot \omega \cdot \left(K_H^d - \frac{K}{C_{ж}} \right).$$

Отже, маючи значення початкових осьових відкриттів робочих щілин золотника, можна побудувати статичні характеристики гідроприводу й оцінити запаси стійкості та демпфірування в замкненому контурі сервопривода.

Можна також розв'язати обернену задачу, тобто визначити геометричні параметри золотника, які забезпечують задані чутливість, величину витоків гідроприводу, ступінь демпфірування та запаси стійкості контуру сервопривода, використовуючи отримані вище вирази для статичних і динамічних характеристик.

6. ПОВНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГІДРАВЛІЧНОГО СЕРВОПРИВОДА

Слід відзначити, що використання термінів «повна математична модель» або «повна система рівнянь» завжди умовне. Так, у ракетній техніці під час математичного опису різних фізичних процесів, що впливають на траєкторію польоту або життєздатність літального апарата звичайно обмежуються процесами, власні частоти яких не перевищують 15 Гц. Без втручання системи керування високочастотні (понад 10 Гц) процеси, як правило, стійкі. З іншого боку, на цих частотах система керування практично повністю заглушує вхідні сигнали, тобто фактично є розімкненою для цих сигналів, і ці процеси самі по собі згасають.

Проте для коректного розуміння внутрішньої динаміки приводів потрібно враховувати процеси, власні частоти яких можуть лежати вище зазначеного частотного діапазону. Це пов'язано з дуже малими часами змінення тиску в порожнинах гідроциліндра та пружної деформації конструкції кріплення приводу і двигуна. Наявність у рівняннях математичної моделі опису швидкоплинних процесів спричиняє необхідність зменшення кроку чисельного інтегрування цих рівнянь. Утім слід зазначити, що в цьому випадку зменшення кроку інтегрування в розумних межах не є обмежувальним чинником для сучасних можливостей обчислювальної техніки.

Для виведення повної математичної моделі гідравлічного сервомеханізму отримані вище алгебраїчні залежності для витрат робочої рідини через щілини золотника (37), (38) потрібно доповнити диференціальними рівняннями для обчислення тисків рідини в порожнинах гідроциліндра, рівняннями силового тракту «гідропривід – навантаження» та рівняннями керувального тракту.

6.1 Обчислення тисків робочої рідини в порожнинах гідроциліндра

Різниця тисків у порожнинах гідроциліндра, помножена на площу поршня, як ми вже відзначали, є основною рушійною і керувальною силою в силовому тракті «гідропривід – маса навантаження». Напрямок цієї сили може як збігатися з напрямком руху, так і бути протилежним рухові, якщо потрібно «стримувати» дії зовнішніх або інерційних сил.

Прирости тисків у порожнинах гідроциліндра пропорційні модулю пружності рідини E і відношенню надлишкових об'ємів рідини, що надійшла в порожнину гідроциліндра, до поточних значень геометричних об'ємів цих порожнин:

$$\Delta P_1 = E \cdot \frac{V_2 - V_1 - X_p \cdot S_p}{V_0 + X_p \cdot S_p},$$

$$\Delta P_2 = E \cdot \frac{V_3 - V_4 + X_p \cdot S_p}{V_0 - X_p \cdot S_p},$$

де V_1, V_2, V_3, V_4 – об'єми рідини, що пройшли крізь робочі щілини золотника (інтегралі від витрат Q_1, Q_2, Q_3, Q_4);

V_0 – геометричний об'єм порожнин гідроциліндра за нейтрального положення поршня;

X_p, S_p – переміщення поршня (штока) і площа поршня.

Процедура обчислення тисків у порожнинах більш стійка до похибок чисельного інтегрування і, відповідно, менш критична до кроку інтегрування, якщо використовувати в рівняннях вирази для *похідних тисків*, тобто тиски обчислювати інтегруванням відповідних похідних:

$$P_1 = P_{01} + \int_0^t \dot{P}_1 dt;$$

$$P_2 = P_{02} + \int_0^t \dot{P}_2 dt,$$

де

$$\dot{P}_1 = \frac{E \cdot ((Q_2 - Q_1 - \dot{X}_p \cdot S_p) \cdot (V_0 + S_p \cdot X_p) - S_p \cdot \dot{X}_p \cdot (V_2 - V_1 - S_p \cdot X_p))}{(V_0 + S_p \cdot X_p)^2}, \quad (42)$$

$$\dot{P}_2 = \frac{E \cdot ((Q_3 - Q_4 + \dot{X}_p \cdot S_p) \cdot (V_0 - S_p \cdot X_p) + S_p \cdot \dot{X}_p \cdot (V_3 - V_4 + S_p \cdot X_p))}{(V_0 - S_p \cdot X_p)^2}.$$

Початкові умови для тисків у порожнинах гідроциліндра P_{01} і P_{02} можуть бути прийняті відповідно до отриманого раніше виразу:

$$P_{01} = P_{02} = \frac{P_0}{1 + \left(\frac{C}{H}\right)^2}.$$

6.2 Рівняння силового тракту «гідропривід – навантаження»

Рухи приводу та керувального органа відбуваються за силової взаємодії двох мас: маси приводу з рухомим штоком і маси керувального органа. Передавання зусиль між масами відбувається за рахунок деформації «пружин» стисливої робочої рідини та конструктивної жорсткості місць кріплення приводу.

Маса приводу складається з двох мас: маси поршня та штока з певною малою часткою маси керувального органа і маси гідроциліндра з малою часткою маси конструкції опори приводу на корпусі ступеня. Оскільки ці маси, як правило, у рази менше переміщеної маси навантаження, без помітної похибки можна подати ці дві маси у вигляді однієї, зведеної до штока приводу, а конструктивні жорсткості двох опор приводу – до однієї жорсткості між штоком і навантаженням (див. рис.12).

За цих досить коректних допущень рівняння руху штока приводу, навантаження і вираз для зусилля навантаження можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_n &= \frac{(P_1 - P_2) \cdot S_p - C_{kp} \cdot (X_n - X)}{m_n}; \\ \ddot{X} &= \frac{C_{kp} \cdot (X_n - X) - F_H}{m}; \\ F_H &= k_n \cdot X + F_{ac} + F_{ДБ} + F_{ТР} + F(\ddot{\psi}, \ddot{z}, \ddot{q}), \end{aligned} \quad (43)$$

де X_n – переміщення штока приводу;

X – переміщення навантаження;

m_n – зведена маса приводу;

m – зведена до штока приводу маса навантаження;

F_H – зовнішня сила навантаження з боку керувального органа;

k_n – коефіцієнт позиційної сили;

F_{ac} – сила від асиметрії тяги;

$F_{ДБ}$ – сила від вагового дисбалансу;

$F_{ТР}$ – сила сухого тертя;

$F(\ddot{\psi}, \ddot{z}, \ddot{q})$ – інерційні сили за рахунок лінійних і кутових прискорень «твердої» ракети і пружних коливань корпусу ракети.

Деякі особливості розрахунків різних складових навантаження викладено вище в розділі 1.2.3. Складову навантаження $F(\ddot{\psi}, \ddot{z}, \ddot{q})$ додають у математичну модель приводу під час комплексного моделювання польоту ракет на завершальних стадіях відпрацювання систем керування.

6.3 Рівняння керувального тракту

Під керувальним трактом у цьому випадку розуміють датчик зворотного зв'язку, електронний підсилювач різницевого сигналу та магнітоелектричний перетворювач, що перетворює керувальний струм у пропорційне переміщення золотника.

Якщо негативний зворотний зв'язок здійснюється за положенням навантаження, тоді, з урахуванням сталої часу перетворення керувального струму в переміщення золотника силового каскаду T_3 , рівняння керувального тракту, можна записати:

$$\begin{aligned} i_y &= K_{33} \times (X_k - X); \\ T_3 \cdot \dot{\rho}_3 + \rho_3 &= i_y \cdot k_\rho, \end{aligned} \quad (44)$$

де K_{33} – коефіцієнт зворотного зв'язку, мА/см;

X_k – сигнал команди, см;

X – відхилення керувального органа, зведене до штока приводу, см;

T_3 – стала часу тракту «МЕП – золотник»;

ρ_3 – переміщення золотника;

k_ρ – коефіцієнт пропорційності.

Для негативного зворотного зв'язку за положенням штока приводу рівняння для керувального струму записуємо у вигляді:

$$I_y = K_{33} \cdot (X_k - X_n).$$

Керувальний струм або переміщення золотника в цих рівняннях обмежено за модулем своїми максимальними значеннями. Якщо за максимального струму не досягається граничне значення переміщення золотника, то потрібно обмежувати струм, і навпаки, якщо відхилення золотника досягає максимального значення за струму, меншого від максимального, обмежують максимальне переміщення золотника.

Слід зазначити, що у ролі (точніше, *замість*) магнітоелектричних перетворювачів можна застосовувати *крокові двигуни*, які мають цілком достатню швидкодію та не критичні *до величини і характеру* навантаження з боку золотника, що у свою чергу дозволить різко спростити конструкцію гідропідсилювачів, відмовитися від багатокаскадних схем потужних гідропідсилювачів і керувати безпосередньо силовими золотниками.

Таку схему побудови гідравлічних і газових розподільників (із застосуванням крокових двигунів) відпрацювали та реалізували фахівці КБ «Південне» під час створення газового приводу, у якому керування газовим розподільником (у вигляді плоского золотника) відбувалося з подоланням великих сил тертя, що повністю виключало можливість застосування традиційних магнітоелектричних перетворювачів, оскільки зусилля, що вони розвивали, пропорційне керувальному струму, і під час навантаження у вигляді сухого тертя у тракці керування з'явилася б зона нечутливості неприйнятної розміру.

Рівняння керувального тракту у випадку застосування крокових двигунів мають такий же вигляд (44), як і у випадку використання традиційних магнітоелектричних перетворювачів.

Рівняння керувального тракту замикають систему, і привід з підсилювачем і негативним зворотним зв'язком за переміщенням стає сервоприводом.

6.4 Вибір розмірів початкових осьових зазорів робочих щілин золотника

Оскільки, як було показано вище, початкові осьові зазори на робочих щілинах золотників фактично визначають вид статичних характеристик приводу, а також стійкість і динамічні характеристики сервопривода, потрібно уважно й усвідомлено підходити до вибору їхніх розмірів і співвідношень.

Максимальні переміщення золотників, як правило, вимірюють міліметрами або частками міліметрів. Це пов'язано в основному з характеристиками та можливостями магнітоелектричних перетворювачів для однокаскадних золотників і конструктивним виконанням силових каскадів для багатокаскадних гідравлічних розподільників. При цьому величини максимальних потрібних витрат переважно забезпечують за допомогою вибору відповідної ширини робочих щілин золотника.

Для приводів малої потужності невеликі гарантовані початкові зазори роблять, щоб виключити появу зони нечутливості за рахунок випадкових початкових перекриттів щілин, і ці технологічні зазори найчастіше бувають достатніми для забезпечення стійкості та цілком задовільних демпфірувальних властивостей таких приводів.

Плоскі золотники кінцевих каскадів, на відміну від циліндричних, мають порівняно більші конструктивні зазори між рухомою частиною й основою, які часто також бувають достатніми для отримання бажаних характеристик приводів. Явної потреби в додаткових конструктивних рішеннях у цих випадках може й не бути.

Для приводів середньої і великої потужності (до 10 кВт або більше) потрібно проводити додаткові дослідження для оцінення майбутніх статичних і динамічних характеристик. При цьому цілеспрямований вибір початкових осьових зазорів і їх співвідношень є визначальним.

Розрахунки й експерименти показують, що зона оптимальних зазорів з боку напірної магістралі лежить у діапазоні до 20 % від максимального ходу золотника. Для збільшення демпфірувальних властивостей приводів, підвищення початкового рівня тисків у порожнинах гідроциліндрів і мінімізації витоків робочої рідини початкові зазори зливальних щілин слід обирати з діапазону 10–20 % від величин початкових зазорів у напірних щілинах золотника, тобто $\frac{c}{H} = 0,1 - 0,2$.

Дуже багато при цьому залежить від первинного джерела потужності: якщо джерело умовно нескінченної потужності (наприклад, живлення одним з компонентів палива від турбонасосного агрегату РРД (потужність якого набагато більше потужності, споживаної приводами) з поверненням компонента в баки), усі зазори можуть бути рівними і досить великими. У свою чергу, «витиснювальні» системи живлення або живлення приводів від автономних насосів потребують мінімізації непродуктивних витрат. Витрати через зливні щілини золотників у цьому випадку потрібно мінімізувати, зменшуючи ці щілини (але не до нуля, оскільки нульові щілини призводять до появи зони нечутливості в силовій характеристиці приводу (див. рис. 2)).

Отже, універсальних однозначних рішень і рекомендацій щодо вибору проєктних параметрів золотників силових каскадів не може бути: кожний конкретний випадок застосування гідравлічних механізмів має свою оптимальну схему виконання золотників, й отримані вище основні залежності статичних і динамічних характеристик приводів від геометричних параметрів золотників можуть бути зручним інструментом для вибору оптимального виконання гідравлічного сервомеханізму.

6.5 Приклад практичного розрахунку динамічних характеристик сервопривода. Експериментальна перевірка

Як, мабуть, найбільш інформативний приклад практичного застосування отриманих вище результатів розглянемо розрахунок стійкості і демпфірування в сервомеханізмі хитання головного відсіку балістичної ракети.

Цей метод керування балістичними ракетами, реалізація якого дозволила отримати істотний приріст енергетики ракет за зниження вартості їх створення та відпрацювання, потребував спеціального підходу до

проектування гідравлічних приводів для відхилення багатотонного головного відсіку. Статичні й інерційні навантаження на виконавчі приводи в цьому випадку у разі перевершували традиційні навантаження.

У кожній площині хитання головного відсіку використовують по два приводи (або два гідроциліндри з одним гідравлічним розподільником). Для синхронізації роботи двох приводів в одній площині хитання відповідні порожнини гідроциліндрів з'єднано зрівняльними трубопроводами, а як сигнал зворотного зв'язку використовують напівсуму показань датчиків положення штоків обох приводів.

Нижче розглянуто динаміку одного приводу (відповідно, з половинними масою і жорсткістю пружної підвіски) з такими характеристиками приводу, навантаження і жорсткостей тракту:

- зведена до штока маса навантаження $m = 12 \frac{\text{кгс} \cdot \text{с}^2}{\text{см}} \quad (G \approx 12\text{T});$

- жорсткість конструкції підвіски $C_{\text{кр}} = 12000 \frac{\text{кгс}}{\text{см}};$

- хід штока приводу $L_0 = \pm 14 \text{см};$

- площа поршня приводу $S_{\text{п}} = 50 \text{см}^2;$

- тиски рідини в магістралях $P_0 = 195 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}; \quad P_c = 1 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2};$

- модуль пружності робочої рідини $E = 13000 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2};$

- ширина робочої щілини золотника $b = 1 \text{см};$

- початкові осьові зазори золотника для двох варіантів його виконання приймають рівними:

1. $H_3 = 0,015 \text{см}; \quad C_3 = 0,003 \text{см};$

2. $H_3 = 0,023 \text{см}; \quad C_3 = 0,003 \text{см};$

- радіальний зазор $r \approx 0;$

- повний робочий хід золотника $\rho_{3 \text{max}} = \pm 0,12 \text{см}.$

Потрібне значення колового коефіцієнта підсилення в замкненому контурі сервопривода $K \geq 10 \frac{1}{\text{с}};$

Для наведених характеристик приводу:

$$C_{\text{ж}} = \frac{2 \cdot E \cdot S_{\text{п}}}{L_0} = \frac{2 \cdot 13000 \cdot 50}{14} = 93000 \frac{\text{кгс}}{\text{см}};$$

$$C_{\Sigma} = \frac{C_{\text{кр}} \cdot C_{\text{ж}}}{C_{\text{кр}} + C_{\text{ж}}} = \frac{93 \cdot 10^3 \cdot 12 \cdot 10^3}{93 \cdot 10^3 + 12 \cdot 10^3} \approx 10640 \frac{\text{кгс}}{\text{см}};$$

$$\omega_{\Sigma} = \sqrt{\frac{C_{\Sigma}}{m}} = \sqrt{\frac{10640}{12}} \approx 30 \frac{1}{\text{с}}.$$

У нашому випадку $b \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \approx 1000 \frac{\text{см}^3}{\sqrt{\text{кгс}} \cdot \text{с}}$ і початкові провідності робочих щілин для двох варіантів виконання золотника матимуть значення:

$$1. \quad H_1 = b \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g}{\gamma}} \cdot H_3 = 15 \frac{\text{см}^4}{\text{с} \cdot \sqrt{\text{кгс}}}; \quad C_1 = 3 \frac{\text{см}^4}{\text{с} \cdot \sqrt{\text{кгс}}};$$

$$2. \quad H_2 = 23 \frac{\text{см}^4}{\text{с} \cdot \sqrt{\text{кгс}}}; \quad C_2 = 3 \frac{\text{см}^4}{\text{с} \cdot \sqrt{\text{кгс}}};$$

Витрата робочої рідини на витоки в районі малих відхилень золотника:

$$Q_{\text{уг}} = S_{\text{уг}} \cdot \sqrt{P_0 - P_c} \approx 2 \cdot C_{1,2} \cdot \sqrt{P_0 - P_c} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{194} = 84 \frac{\text{см}^3}{\text{с}} \approx 5 \frac{\text{л}}{\text{хв}}$$

Коефіцієнти нахилу механічної характеристики для розрахунків стійкості замкненого контуру для двох варіантів виконання золотника:

$$K_{H1} = \frac{S_{d\min}}{S_{\Pi}^2 \cdot \sqrt{P_0 - P_c}} = \frac{0.5 \cdot H_1}{S_{\Pi}^2 \cdot \sqrt{P_0 - P_c}} = \frac{0.5 \cdot 15}{50^2 \cdot \sqrt{194}} = 2.15 \cdot 10^{-4} \text{см} / \text{с} \cdot \text{кгс},$$

$$K_{H2} = \frac{S_{d\min}}{S_{\Pi}^2 \cdot \sqrt{P_0 - P_c}} = \frac{0.5 \cdot H_2}{S_{\Pi}^2 \cdot \sqrt{P_0 - P_c}} = \frac{0.5 \cdot 23}{50^2 \cdot \sqrt{194}} = 3.28 \cdot 10^{-4} \text{см} / \text{с} \cdot \text{кгс}.$$

Відповідно, критичні значення колового коефіцієнта в контурі сервопривода:

$$K_{\text{кр1}} = K_{H1} \cdot C_{\text{ж}} = 2.15 \cdot 10^{-4} \cdot 9.3 \cdot 10^4 \approx 20 \frac{1}{\text{с}};$$

$$K_{\text{кр2}} = K_{H2} \cdot C_{\text{ж}} = 3.28 \cdot 10^{-4} \cdot 9.3 \cdot 10^4 \approx 30 \frac{1}{\text{с}}.$$

Тобто обидва варіанти виконання золотника задовольняють вимогу забезпечення потрібних запасів стійкості за коефіцієнта підсилення в контурі сервопривода, що дорівнює $K = 10 \frac{1}{\text{с}}$.

Коефіцієнти K_H для розрахунку відносного демпфірування:

$$K_{H1} = \frac{0.25 \cdot H_1^2}{S_{\Pi}^2 \cdot \sqrt{P_0 - P_c} \cdot C} = \frac{2.15 \cdot 15}{50^2 \cdot \sqrt{194} \cdot 3} \approx 5.35 \cdot 10^{-4} \frac{\text{см}}{\text{с} \cdot \text{кгс}};$$

$$K_{H2} = \frac{0.25 \cdot H_2^2}{S_{\Pi}^2 \cdot \sqrt{P_0 - P_c} \cdot C} = \frac{0.25 \cdot 23^2}{50^2 \cdot \sqrt{194} \cdot 3} \approx 12.7 \cdot 10^{-4} \frac{\text{см}}{\text{с} \cdot \text{кгс}}.$$

І, зрештою, очікувані значення коефіцієнта відносного демпфірування для двох варіантів виконання золотника і за колового коефіцієнта підсилення в контурі $K = 10 \frac{1}{c}$:

$$\xi_1 = 0.5 \cdot m \cdot \omega_\Sigma \cdot \left(K_{H1} - \frac{K}{C_{Ж}} \right) = 0.5 \cdot 12 \cdot 30 \cdot \left(5.35 \cdot 10^{-4} - \frac{10}{93000} \right) \approx 0.077;$$

$$\xi_2 = 0.5 \cdot m \cdot \omega_\Sigma \cdot \left(K_{H2} - \frac{K}{C_{Ж}} \right) = 0.5 \cdot 12 \cdot 30 \cdot \left(12.7 \cdot 10^{-4} - \frac{10}{93000} \right) \approx 0.197.$$

На рис.18 подано результати інтегрування повної системи рівнянь під час відпрацювання сервоприводами імпульсного сигналу трикутної форми. Результати розрахунків з достатньою точністю підтверджують оцінки параметрів загасання перехідних процесів, проведені вище із застосуванням наближених формул, отриманих із лінійної моделі сервопривода.

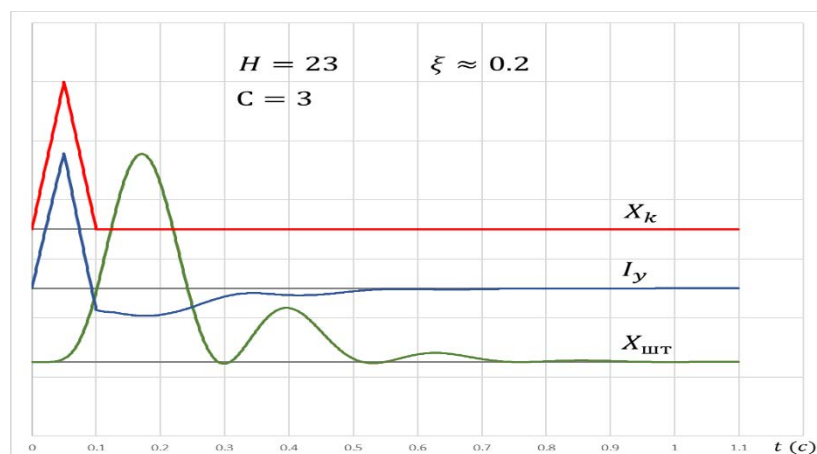
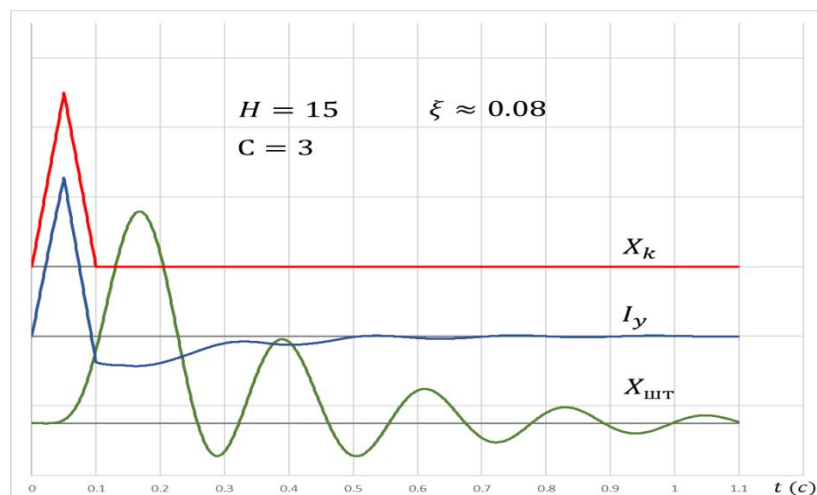


Рис.18 Розрахункові перехідні процеси відпрацювання імпульсного сигналу за повною нелінійною математичною моделлю

Для порівняння результати розрахунків за лінійною моделлю з коефіцієнтом K_H , що відповідає зазорам $H=23$ і $C=3$, подано на рис 19. Дуже близький збіг реакцій сервопривода на імпульсний вплив, розрахованих за повною нелінійною і лінійною моделями, доводить коректність використання спрощеної лінійної моделі для оцінювання стійкості і демпфірування гідравлічних сервомеханізмів.

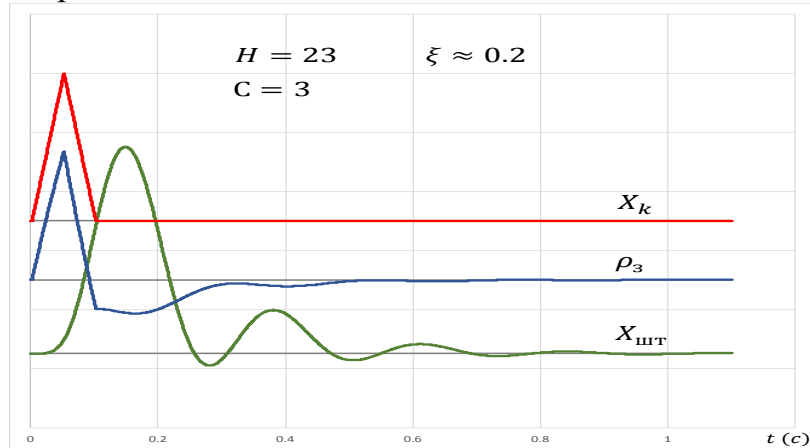


Рис.19 Розрахункові перехідні процеси за лінійною моделлю

Експерименти, проведені на ДП «КБ «Південне» в 1978 році на спеціальному стенді – імітаторі хитного головного відсіку ракети, ілюструють осцилограми відпрацювання сервоприводами (із двома варіантами виконання золотників) імпульсного вхідного сигналу трикутної форми і тривалістю 0,1 с (див. рис. 20).

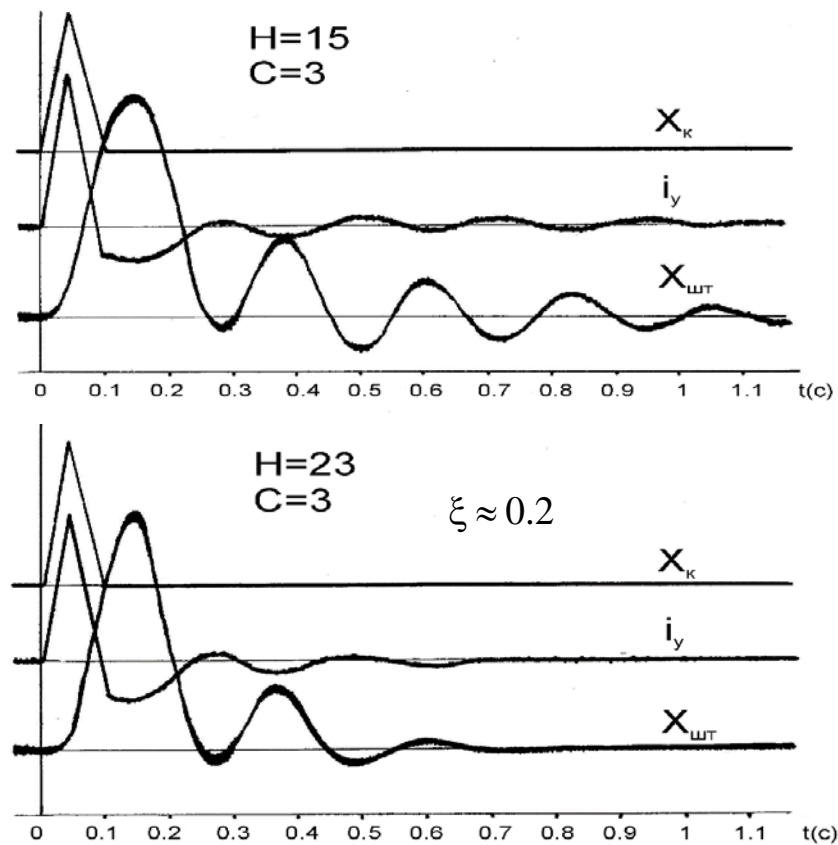


Рис. 20 Осцилограми відпрацювання імпульсного впливу

Порівняння розрахункових (рис. 18, 19) і експериментальних (рис. 20) перехідних процесів відпрацювання імпульсних сигналів показує їх досить хороший збіг.

В експериментах також було отримано критичні значення колового коефіцієнта підсилення в контурі, величини витоків робочої рідини, знято статичні характеристики гідроприводів для обох варіантів виконання золотника силового каскаду. Розбіжності розрахункових і експериментальних характеристик були незначними і в основному визначалися похибками вимірювань і точністю вихідних даних для розрахунків, що свідчить про коректність проведеного аналізу та практичну застосовність отриманих теоретично результатів.

Отже, цілеспрямоване змінення геометрії робочих щілин золотника кінцевого каскаду гідропідсилювача викликає однозначні і визначні зміни статичних і динамічних характеристик гідроприводів, що дозволяє вже на стадії проектування керувати найважливішими якостями майбутніх приводів.

Оптимальне співвідношення розмірів початкових осьових зазорів у золотниках $\frac{C}{H}$ лежить у діапазоні 0,1–0,2. Золотники, виконані із такими співвідношеннями зазорів, дозволяють у декілька разів збільшити демпфірування та підвищити запаси стійкості в замкненому контурі сервоприводів за одночасного зменшення непродуктивних витрат робочої рідини порівняно з традиційно використовуваними на практиці золотниками з рівними початковими осьовими зазорами робочих щілин.

6.6 Методи поліпшення динамічних характеристик сервопривода за допомогою негативного зворотного зв'язку за пружною деформацією силового тракту

Під час розроблення системи гідроприводів для керування масивним головним відсіком ракети з «хитною» головною частиною, у процесі пошуків і досліджень різних шляхів забезпечення необхідної динаміки гідравлічних сервомеханізмів, поряд із дослідженнями та розробленням «гідравлічних» способів, заснованих на цілеспрямованому змінненні геометрії робочих щілин золотників, результати яких викладено вище, розглядали також різні методи «електронної» корекції керувального сигналу в контурі сервопривода.

Проведені оцінки різних методів корекції керувального сигналу показали, що додавання в контур сервопривода *позитивного зворотного зв'язку за переміщенням маси навантаження* (що фактично еквівалентно введенню негативного зворотного зв'язку за величиною зусилля, що розвиває привід) є досить ефективним інструментом поліпшення динамічних характеристик сервоприводів.

Після дослідження можливостей цього методу було подано заявку на відповідний патент, але, як виявилось, фахівці Московського енергетичного інституту на декілька місяців раніше подали майже аналогічну заявку. Утім

проведені під час зазначених робіт дослідження можуть бути цікавими і корисними для багатьох фахівців під час вирішення проблем стійкості сервомеханізмів, тому нижче викладено основні результати цих досліджень.

Як ми вже відзначали, уведення позитивного зворотного зв'язку за переміщенням навантаження разом з негативним зворотним зв'язком за переміщенням штока приводу фактично еквівалентно появі в контурі сервопривода *негативного зворотного зв'язку за пружною деформацією силового тракту, тобто негативному зворотному зв'язку за зусиллям.*

Вплив негативного зворотного зв'язку за деформацією силового тракту на стійкість і демпфірування аналізували за лінійною моделлю сервопривода (24), у якій змінено тільки рівняння для розрахунку відхилення золотника. Зазначене рівняння в цьому випадку має вигляд:

$$\begin{aligned} \rho_z &= K_{zz} [X_k - X_{шт} - K_d (X_{шт} - X)], \\ \text{або:} \\ \rho_z &= K_{zz} [X_k - (1 + K_d) X_{шт} + K_d X], \end{aligned} \quad (45)$$

де K_d – коефіцієнт підсилення по тракту деформації.

Із рівняння (45) випливає, що для збереження значення колового коефіцієнта підсилення в контурі під час уведення позитивного зворотного зв'язку за переміщенням навантаження потрібно відповідно збільшити підсилення по тракту негативного зворотного зв'язку за переміщенням штока. Точність коригування підсилення впливає на загальний статичний коефіцієнт підсилення сервопривода, і в окремих випадках (особливо за великих значень K_d) може знадобитися калібрування трактів через природні розкиди характеристик датчиків зворотного зв'язку.

Вираз для критичного колового коефіцієнта підсилення контуру, отриманий з використанням критерію Рауса – Гурвіца, має вигляд:

$$K_{кр} = K_n \cdot \frac{C_{ж} \cdot C_{кр}}{C_{кр} - K_d C_{ж}}; \quad (46)$$

Ця залежність показує, що зі збільшенням коефіцієнта підсилення по тракту пружної деформації область стійкості сервопривода *збільшується і практично не має обмежень* (для прийнятої спрощеної моделі приводу). Реальні системи, природно, матимуть обмежену область через наявність неврахованих у цій моделі факторів, але ці обмежені області за наявності негативного зворотного зв'язку за деформацією будуть істотно більше, ніж за його відсутності.

За допомогою досить коректних допущень (див. розділ 3) отримано також наближений вираз для декремента загасання ξ . Збільшення коефіцієнта демпфірування порівняно з традиційним варіантом сервопривода

має вигляд:

$$\Delta\xi = 0,5 \frac{\omega \cdot m}{C_{кр}} \cdot K \cdot K_d \quad . \quad (47)$$

Слід відзначити, що в розглянутому випадку потрібне загасання перехідних процесів можна забезпечити навіть за відсутності природнього демпфірування в гідроприводі, тобто за коефіцієнта $K_H = 0$.

Для ілюстрації можливостей цього способу організації зворотного зв'язку на рис 21, 22 наведено перехідні процеси відпрацювання східчастого сигналу, які в основному підтверджують отримані вище результати.

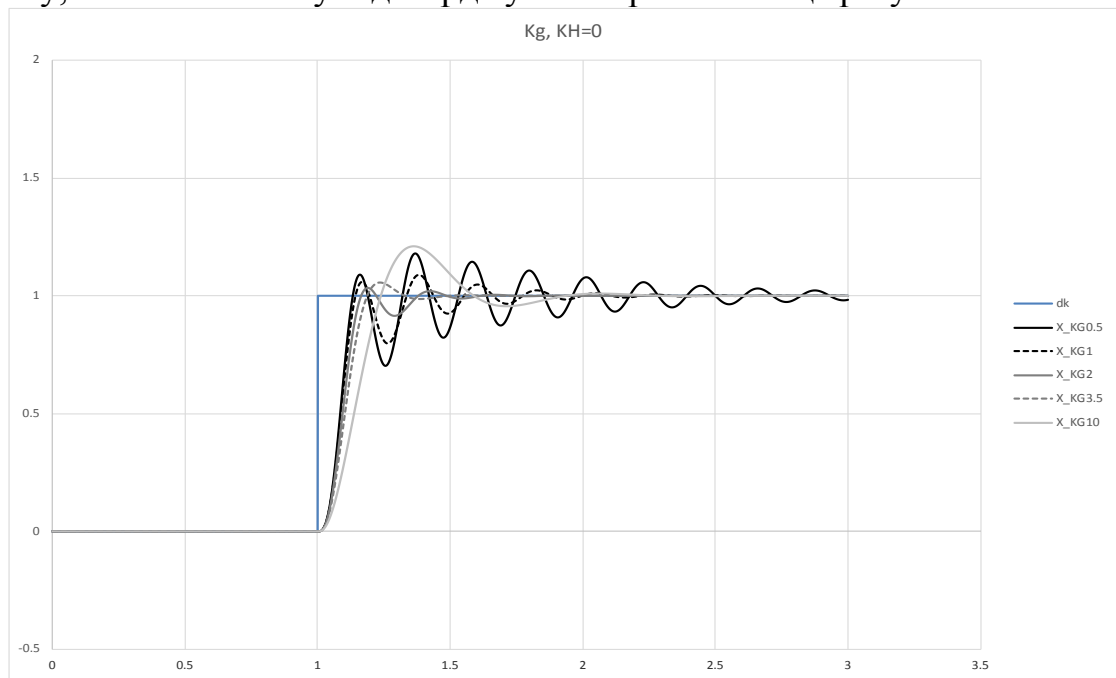


Рис. 21 Відпрацювання сервоприводом східчастого командного сигналу з різними значеннями коефіцієнта $K_d = 0,5, 1, 2, 3,5, 10$ за колового коефіцієнта $K = 10$ 1/с і відсутності нахилу механічної характеристики ($K_H = 0$)

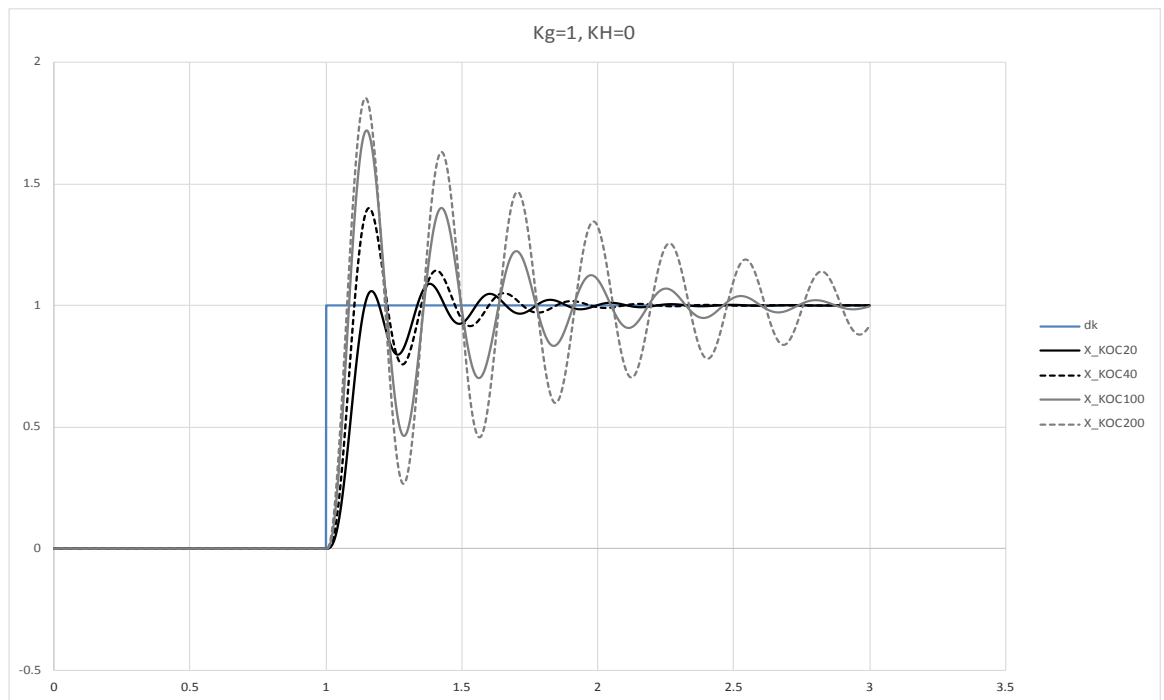


Рис. 22 Відпрацювання сервоприводом східчастого командного сигналу з різними значеннями колового коефіцієнта $K = 10, 20, 50, 100$ 1/с за коефіцієнта $K_d = 1$ і відсутності нахилу механічної характеристики ($K_H = 0$)

Графіки перехідних процесів, наведені на рис. 22, показують, що навіть збільшення у десять разів колового коефіцієнта в контурі гідравлічного сервопривода, порівняно з традиційно прийнятими значеннями, не спричиняє втрати стійкості контуру.

Ці розрахунки підтверджують досить високу ефективність цього способу підвищення стійкості гідравлічних сервомеханізмів.

До недоліків цього способу можна зарахувати необхідність уведення та встановлення датчиків положення переміщуваного навантаження, прокладання додаткових кабельних мереж і, в окремих випадках, проведення індивідуального калібрування ланцюгів зворотних зв'язків. Проте у техніці бувають різні ситуації, коли наведені вище недоліки зазначеного методу не є визначальними.

Очевидно, цей метод застосовний не тільки до гідравлічних сервомеханізмів. Демпфірувальний вплив негативного зворотного зв'язку за зусиллям в кінематичному тракті може мати аналогічний ефект і для, наприклад, класичних газових сервоприводів, для яких проблеми забезпечення хорошої динаміки дуже актуальні.

Також слід зазначити, що реалізовано цей метод може бути не тільки установленням додаткових датчиків переміщення навантаження, але й безпосередньо за допомогою датчиків зусиль або датчиків тисків робочої рідини (газу) у порожнинах виконавчих циліндрів.

7. ЗАСТОСУВАННЯ ГІДРАВЛІЧНИХ СЕРВОМЕХАНІЗМІВ У ВАНТАЖОПІДІЙМАЛЬНІЙ ТЕХНІЦІ

Гідравлічні силові циліндри широко використовують у різних машинах і механізмах, до яких можна зарахувати екскаватори, дорожню техніку, різні вантажопідіймальні машини. У ракетній техніці їх використовують для установа ракет рухомого базування у стартове положення або установа космічних ракет на стартові споруди.

Для ручного або автоматичного керування силовими гідроциліндрами в такій техніці, як правило, застосовують досить складні гідравлічні системи з великою кількістю гідравлічних клапанів, керованих різними способами, кінцевих вимикачів та інших релейних елементів гідравліки, механіки й автоматики.

Для подібного релейного керування забезпечення *плавності* ходу, *безударності* процесів і необхідної *точності* позиціонування переміщуваних вантажів і конструкцій – досить складна технічна проблема, яку так чи інакше вирішують, але з істотним ускладненням і обмеженням діапазону функціональності таких механізмів.

Гідравлічні сервомеханізми з цього погляду мають беззаперечні переваги як у простоті реалізації самих механізмів і гнучкості їх застосування, так і у високому ступені керованості й точності виконання команд за будь-якого способу керування – ручного або автоматичного.

Причина, через яку слідкувальні гідравлічні механізми попри всі свої переваги практично не знайшли широкого застосування у вантажопідіймальній техніці, проста – це неможливість організувати прийнятну крутість негативного зворотного зв'язку за переміщенням штоків гідроциліндрів або тим більше зворотного зв'язку за відхиленням переміщуваного вантажу.

Головна відмінність силових гідроциліндрів вантажопідіймальних механізмів від «звичайних» циліндрів потужних гідроприводів – їхні лінійні розміри. Якщо робочий хід потужних гідроприводів зазвичай вимірюють сантиметрами або десятком сантиметрів, то робочий хід силових гідроциліндрів вантажопідіймальних механізмів найчастіше вимірюють метрами (за порівняння зі звичайними гідроприводами площа поршнів). А це означає, що пружна *деформація* стовпа рідини в таких циліндрах на порядок (і більше) *вище*, ніж у циліндрах гідроприводів, і, відповідно, у стільки ж разів *менше* запаси стійкості в замкненому контурі, якщо спробувати охопити привід з такими циліндрами зворотним зв'язком.

Другою серйозною проблемою, що перешкоджає використанню сервомеханізмів у будівельній і вантажопідіймальній техніці, є потреба у створенні потужних гідравлічних розподільників для керування великими потоками робочої рідини, витрати якої можуть у десятки разів перевищувати можливості існуючих гідропідсилювачів. Потужні багатокаскадні гідравлічні розподільники дуже складні й у відпрацюванні, й у виробництві. Крім того, надійна експлуатація багатокаскадних гідравлічних розподільників потребує високого ступеня чистоти робочої рідини, що далеко не завжди можна

забезпечити в умовах експлуатації вантажопідіймальних механізмів і в будівельній техніці.

Цю серйозну проблему можна *ефективно* вирішити застосуванням у гідравлічних розподільниках *крокових двигунів* для перетворення слабких керувальних сигналів у переміщення золотників.

Основна перевага крокових двигунів перед традиційними магнітоелектричними перетворювачами – це *стартостопний режим роботи*, під час якого на *кожному кроці* виконання команди кроковий двигун розвиває максимальне зусилля. Тому характер навантаження на його валу практично не має жодного значення (це може бути і сухе тертя, і позиційне навантаження, і в'язке тертя, і будь-який інший вид навантаження). Кроковий двигун долає всі види навантаження практично з однаковою динамікою. Єдина умова – момент навантаження на валу не повинен перевищувати максимальний для цієї швидкості обертання момент крокового двигуна.

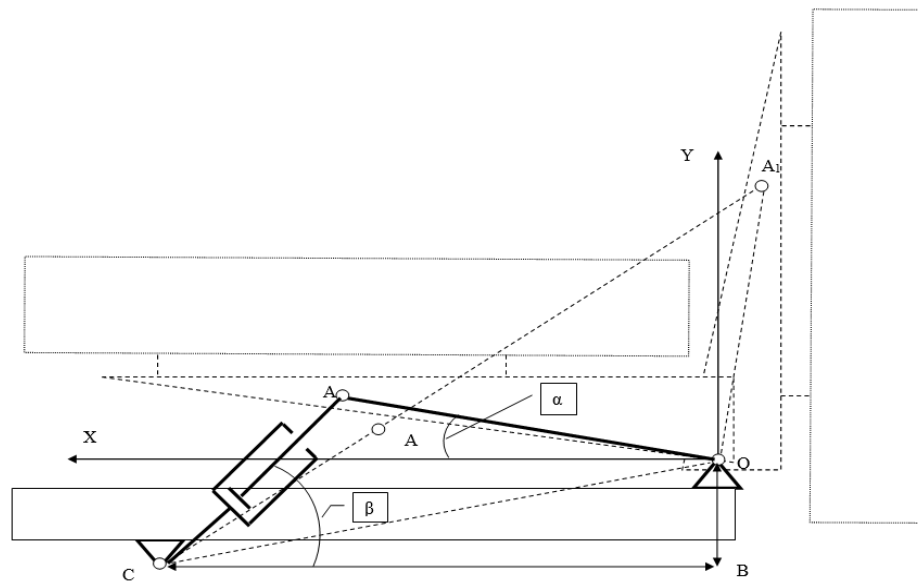
Слід особливо відзначити, що застосування крокових двигунів як електромеханічних перетворювачів дозволяє проводити керування *безпосередньо силовим золотником*, виключивши повністю попередні каскади керування. Ця обставина різко спрощує конструкцію гідравлічних розподільників і забезпечує їхню надійну експлуатацію за низької чистоти робочої рідини і в найсуворіших зовнішніх умовах.

Наприкінці 90-х років КБ «Південне» розробляло проєкт оперативно-тактичної ракети із транспортно-пусковою установкою. До транспортно-пускової установки ставили досить жорсткі вимоги щодо часу підготовки пуску ракети, який, зокрема, складався з часу горизонтування пускової установки на рельєфі місцевості та часу піднімання стріли із транспортно-пусковим контейнером ракети на різні стартові кути відносно горизонту.

Виконання вимог щодо часу і точності позиціонування пускової установки і контейнерів з ракетами за допомогою традиційних пневмогідравлічних схем керування видавалося досить проблематичним. Тому після попередньої оцінки різних варіантів конструктивного виконання було прийнято рішення застосувати для цілей позиціонування установки і ракети *слідкувальні* гідроприводи.

Вибір і подальше розроблення цієї нової для вантажопідіймальних механізмів схеми керування базувалися на позитивному досвіді використання відпрацьованих на потужних приводах ракет методів підвищення стійкості сервомеханізмів за допомогою оптимального вибору геометрії початкових осьових зазорів у золотниках, а також на певному ускладненні алгоритмів формування керувальних команд на сервомеханізми.

Кінематичну схему механізму піднімання стріли з пусковим контейнером ракети подано на рис. 23.



Параметр	$A = OC, \text{ м}$	$B = OA, \text{ м}$	$H = OB, \text{ м}$	$L = BP, \text{ м}$	$X_0 = CA, \text{ м}$	$X_H = AA_1, \text{ м}$	α	β
Значення	1,318	0,52	0,726	1,1	1,091	0,672	$\alpha_H = 20^\circ$ $\alpha_K = 110^\circ$	$\beta_H = 55,93^\circ$ $\beta_K = 43,55^\circ$

Рис.23 Кінематична схема механізму підймання стріли з пусковим контейнером ракети

Без виведення наводимо основні масово-інерційні та геометричні співвідношення, які використовували в розрахунках.

Залежність кутового переміщення стріли α від переміщення точки прикладання зусилля приводу X_H записуємо у вигляді:

$$\alpha(X_H) = \arccos \frac{A^2 + B^2 - (X_0 + X_H)^2}{2 \cdot A \cdot B} - \arctg \frac{H}{L},$$

де A, B, H, L, X_0 – геометричні параметри установки (див. рис. 23).

Залежність зведеної до штока приводу маси навантаження від лінійного переміщення точки прикладання зусилля X_H в напрямку осі приводу має вигляд:

$$m_H(X_H) = I \cdot \frac{4 \cdot (X_0 + X_H)^2}{4 \cdot A^2 \cdot B^2 - [A^2 + B^2 - (X_0 + X_H)^2]^2}.$$

Зведену до штока силового циліндра конструктивну жорсткість стріли визначаємо за формулою:

$$c_{KP} = \frac{m_H}{m} \cdot \frac{3 \cdot E_{CT} \cdot I_{CT}}{(L_T + B) \cdot L_T^2},$$

де m_H – зведена до штока приводу маса навантаження;
 m – маса навантаження,

$$m = \frac{P}{g},$$

де P – вага навантаження;

g – прискорення вільного падіння;

E_{CT} – модуль пружності матеріалу стріли;

I_{CT} – момент інерції перерізу стріли;

L_T – відстань від точки прикладання зусилля приводу до центру ваги.

Частота власних коливань вантажу, що піднімають, на сумарній жорсткості вантажопідіймального механізму:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{c_{\Sigma}}{m_H}}.$$

Фактично конструктивна жорсткість стріли і зведена маса навантаження змінюються по ходу штока так, що частота власних коливань системи «ГП-стріла-контейнер» залишається приблизно постійною і дорівнює для прийнятих конструктивних параметрів стріли і маси навантаження 1,7 Гц.

Як базовий гідропідсилювач для підймання стріли було прийнято гідропідсилювач потужного приводу хитання головного відсіку ракет з максимальною витратою рідини близько 100 л/хв, що має початкові осьові зазори силового золотника $H_3 = 0,150$ мм і $C_3 = 0,03$ мм. Робочий хід штока приводу стріли – 675 мм, що приблизно в 5 разів більше, ніж у приводу ракети. Отже, за порівнянних площ поршнів ми отримуємо приблизно у п'ять разів меншу жорсткість стовпа рідини і, відповідно, менше допустиме колове підсилення в контурі сервопривода.

Результати розрахунків границь стійкості сервоприводів стріли за коефіцієнтом зворотного зв'язку показали, що критичне значення коефіцієнта зворотного зв'язку для нульових початкових зазорів робочих щілин золотника становить $k_{zz \text{ кр}} = 2 \frac{\text{мА}}{\text{град}}$. Для штатних зазорів золотника-прототипу $H_3 = 0,150$ мм і $C_3 = 0,03$ мм нестійкість проявляється, коли $k_{zz \text{ кр}} = 4 \frac{\text{мА}}{\text{град}}$. Отже, наявність початкових зазорів у прототипі застосовуваного золотника підвищує ступінь стійкості слідкувального приводу приблизно вдвічі. Розрахунки також показали, що подальше збільшення зазорів не справляє істотного ефекту, а отже, недоцільне.

Для подальших розрахунків прийнято коефіцієнт зворотного зв'язку $k_{zz} = 2 \frac{\text{мА}}{\text{град}}$.

Результати розрахунків процесів програмного піднімання й опускання стріли за обраного значення k_{zz} показали, що для того, щоб привід розвинув

максимальну швидкість потрібно мати помилку спостереження за кутом відхилення стріли близько 12-15° відносно програмного кута.

Для істотного зменшення цієї помилки на вхід підсилювача сервопривода додатково вводять сигнал, пропорційний швидкості програмного відхилення.

Розрахунки підтверджують, що введення сигналу, пропорційного програмній швидкості, різко зменшує запізнювання та підвищує точність виконання програми (див. рис. 24).

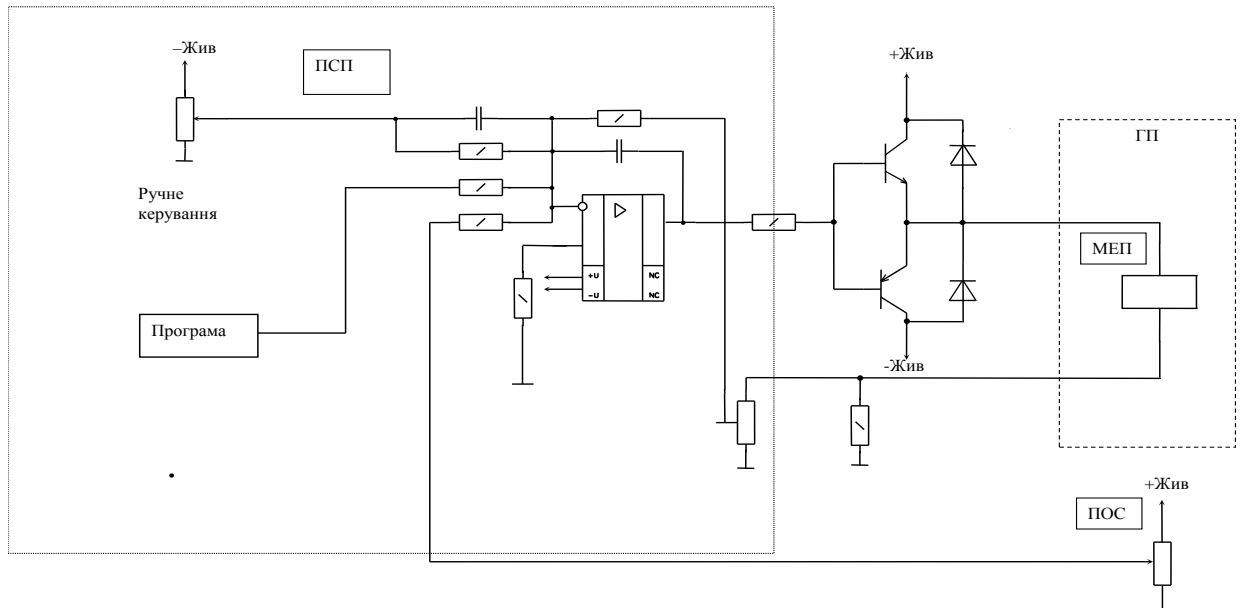


Рис. 24. Принципова схема підсилювача сервопривода для програмного та ручного керування з форсуванням командного сигналу

Під час програмного керування командний сигнал (командна напруга) формується із програмної функції переміщення та швидкості переміщення штока гідроприводу.

Під час ручного керування команда з керувального потенціометра пропускається через диференціювальний ланцюжок для зменшення «швидкісної» помилки.

7.1. Алгоритми автоматичного керування сервоприводами стріли

Для ГП стріли командну напругу на вході в контур сервопривода визначають за формулою:

$$U_K = k_{C_1} \cdot \alpha_{IP}(X_{IP}) + k_{C_2} \cdot \dot{X}_{IP}(t),$$

де $\dot{X}_{IP}(t)$ – програма зі швидкості штока ГП,

$$X_{IP}(t) = \int_0^t \dot{X}_{IP}(t) dt \text{ – програма з переміщення штока привода, см;}$$

$$\alpha_{IP}(X_{IP}) = \arccos \frac{A^2 + B^2 - (X_0 + X_{IP}(t))^2}{2 \cdot A \cdot B} - \arctg \frac{H}{L} - \text{програма кутового}$$

відхилення стріли, град,

де A, B, H, L, X_0 – геометричні параметри установки (див. рис. 2);

Керувальний струм на ГП формує електронний підсилювач за алгоритмом:

$$i_y = (U_k - k_{зз} \cdot a) \cdot k_y \text{ [мА]}$$

Розрахунки, що ілюструють ефективність введення в командний сигнал програмної швидкості, подано на рис.10, 11.

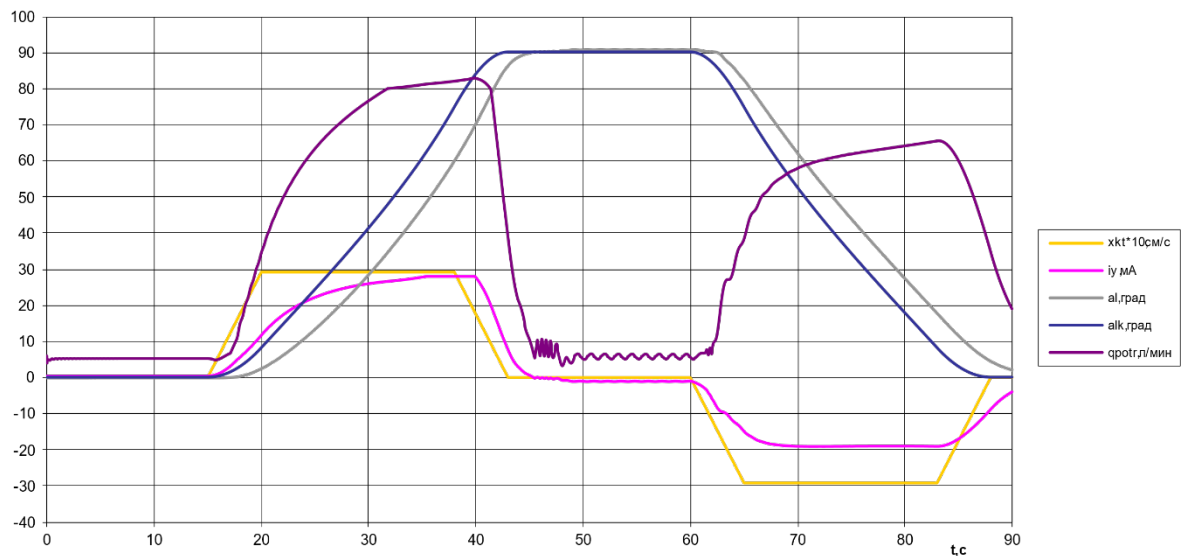


Рис.25 Розрахунки за повною нелінійною математичною моделлю перехідних процесів відпрацювання підймання й опускання стріли без введення в командний сигнал швидкісної поправки

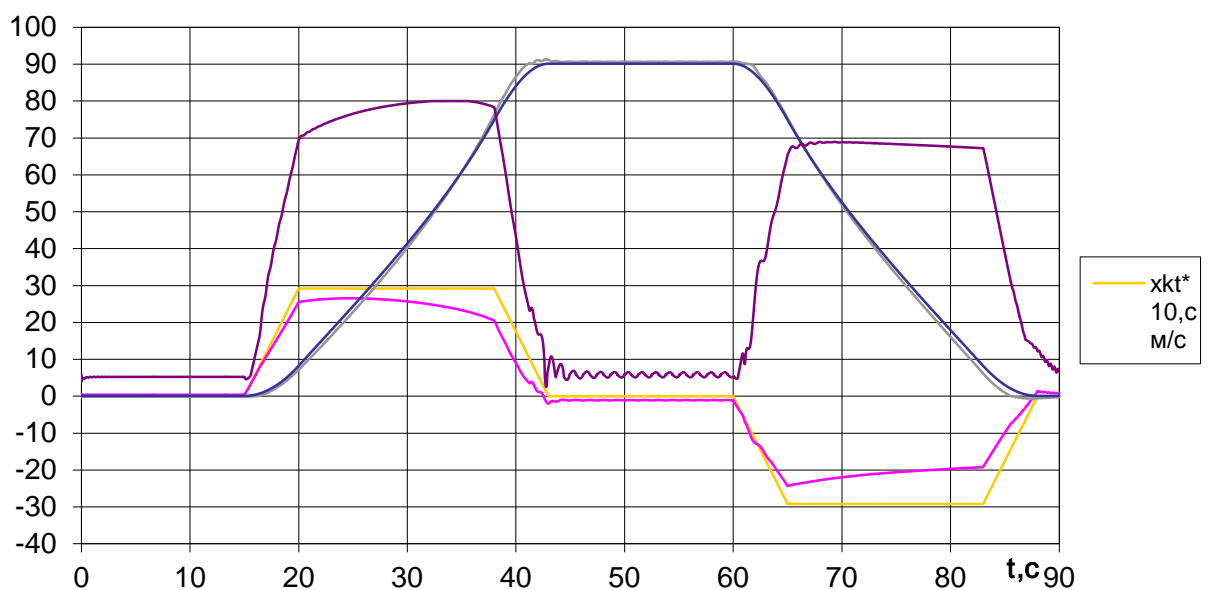


Рис.26. Розрахунки перехідних процесів відпрацювання підймання й опускання стріли з введенням у керувальний сигнал швидкісної поправки

Отже, проведені розрахунки підтвердили досить високу якість виконання технологічних операцій підймання (опускання) стріли. При цьому вимоги щодо часу і точності виконання команд виконано повністю. Алгоритми керування, реалізовані апаратними засобами, мають досить простий вигляд. Уведення програмної швидкості в ланцюзі командного сигналу під час автоматичного керування і форсувальних ланцюжків під час ручного керування дозволяють до мінімуму звести динамічні помилки виконання операцій і спрощують роботу оператора під час ручного керування.

Якщо є можливість установити додаткові датчики положення стріли, крім наведених вище методів поліпшення характеристик керування, може бути також застосовано розглянуті вище методи поліпшення динамічних характеристик сервомеханізмів шляхом введення в контур керування негативного зворотного зв'язку за деформацією силового тракту (див. розділ 6). При цьому можливе збільшення колового коефіцієнта підсилення в контурі сервопривода до значень 10 1/с і більше, що істотно спростить схему формування керувальних сигналів і одночасно підвищить точність виконання команд.

На жаль, проблеми, не пов'язані з можливістю технічної реалізації проєкту, не дозволили його завершити, проте основні результати виконаної проєктної та дослідної роботи свідчать про реальні перспективи використання *гідролічних сервомеханізмів у вантажопідіймальній і будівельній техніці*, що мають значні переваги в гнучкості і точності керування технологічними процесами порівняно із традиційно застосовуваними релейними гідролічними схемами керування.

8. НАВАНТАЖУВАЛЬНІ СТЕНДИ

Механічні агрегати для відтворення різних навантажень на приводи – навантажувальні стенди широко використовують під час автономного відпрацювання всіх типів приводів, а також під час моделювання роботи складних систем керування на комплексних стендах з використанням реальних приладів і з фізичною імітацією роботи виконавчих органів об'єктів керування.

Дуже широко навантажувальні стенди застосовують у ракетно-космічній і авіаційній техніці на кінцевих етапах відпрацювання систем керування. Так, наприклад, на фірмі «Хартрон» (Україна) для відпрацювання системи керування ракетного комплексу «Енергія – Буран» використовували десятки багатотонних навантажувальних стендів, розміщених у спеціальному залі на площі більше ніж чверть гектара. У складі виробничих приміщень багатьох фірм-розробників складних систем керування динамічними об'єктами є подібні стендові зали.

Як правило, навантажувальні стенди відтворюють:

- позиційні навантаження за допомогою пружних елементів (плоских або кручених пружин, пневматичних циліндрів),
- моменти або сили сухого тертя за допомогою фрикційних гальмових барабанів,
- постійні моменти або зусилля за допомогою пневматичних циліндрів або спеціальних вантажів,
- інерційні навантаження у вигляді відповідних мас або моментів інерції.

Іноді на навантажувальних стендах також вдається відтворювати жорсткості кінематичної передачі «привід – навантаження» за допомогою еталонних пружин. У випадках, коли таке відтворення було проблематичним, а вплив характеристик пружної підвіски на стійкість об'єкта керування був значним, використовували навіть реальні відсіки ракет з керувальними органами і приводами.

Переваги і недоліки традиційних навантажувальних стендів такі.

Переваги. Стенди повністю виконують своє функціональне призначення та відтворюють основні навантаження під час *автономного* відпрацювання приводів, а також, з деякими функціональними обмеженнями, під час комплексного моделювання роботи систем керування різних об'єктів.

Недоліки. Крім очевидної конструктивної складності, великих габаритів, металоємності, вартості проектування та виготовлення (фактично індивідуального для кожного стенда), традиційні навантажувальні стенди мають дуже серйозні *функціональні* обмеження.

Як правило, навантажувальні стенди відтворюють навантаження з фіксованими характеристиками. Але в реальних об'єктів керування в процесі їх функціонування часто змінюються навантаження на виконавчих приводах і в окремих випадках значно і дуже швидко.

Необхідність відтворення під час моделювання польоту змінних навантажень призводить або до різкого ускладнення конструкції стендів, або до ситуації фактичної неможливості виконання таких вимог.

Подібні безперспективні ситуації в техніці трапляються не рідко, але вони, як правило, ініціюють пошук нових, інноваційних рішень.

Нижче викладено нові принципи побудови універсальних навантажувальних стендів, які позбавлені зазначених вище недоліків і мають цілий ряд додаткових якостей, недосяжних у рамках традиційної конструкції стендів. Ці стенди розроблено в КБ «Південне», виготовлено в декількох

екземплярах і було успішно експлуатовано у складі комплексних стендів під час відпрацювання систем керування РН «Зеніт» і балістичної ракети 15A18 М («Сатана»).

Основна ідея нового рішення полягає в тому, що всі навантаження на приводи (у тому числі інерційні) відтворює один гідропривід, який, на відміну від звичайного режиму відпрацювання заданого переміщення, працює в режимі відтворення *заданого перепаду тиску* в порожнинах гідроциліндра, тобто відтворює будь-які (у тому числі швидкозмінні) задані навантаження (звісно, у межах своєї максимальної потужності).

Як і будь-який керований динамічний об'єкт зі зворотними зв'язками, гідропривід, що відтворює навантаження, має певні похибки відпрацювання програмних сигналів, обмежені області стійкої роботи (обмежена крутість зворотного зв'язку з перепаду тиску) і обмежений частотний діапазон роботи.

Теоретичний аналіз, експерименти і практична експлуатація нових стендів показали, що області стійкості, частотний діапазон (швидкодія) і точність відтворення заданих навантажень повністю задовольняють умови коректного моделювання польоту літальних апаратів.

8.1 Аналіз стійкості контуру регулювання перепаду тиску і похибок відтворення навантажень

Аналіз стійкості і похибок відтворення навантажень здійснюють за лінійною математичною моделлю, близькою до моделі, наведеної в розділі 7.

Відмінність лінійних рівнянь навантажувального гідроприводу від рівнянь слідкувального гідроприводу полягає у відсутності в них негативного зворотного зв'язку за переміщенням приводу і рівнянь коливальної ланки пружної підвіски інерційного навантаження. Замість цих рівнянь вводять рівняння негативного зворотного зв'язку за перепадом тисків у порожнинах гідроциліндра й рівняння гідравлічного розподільника (золотника) у вигляді коливальної ланки. Рівняння золотника в розширеному частотному діапазоні дають змогу більш коректно врахувати швидкоплинні процеси регулювання тисків у порожнинах гідроциліндра.

З урахуванням зазначених змін лінійні диференціальні рівняння навантажувального приводу зі зворотним зв'язком за перепадом тисків набувають

$$\text{вигляду: } \begin{cases} \dot{x}_ж = (K_v/K_p) \cdot \rho - K_n \cdot F_n \\ F_n = C_ж(x_ж - x) \\ \Delta P = F_n/S \\ T^2 \ddot{\rho} + 2\xi T \dot{\rho} + \rho = K_p \cdot K_{\Delta\rho} (\Delta P_{пр} - \Delta P) \end{cases}, \quad (48)$$

де $x_{ж}$ – переміщення штока гідроприводу для «нестисливої» рідини;
 K_v – крутість швидкісної характеристики на холостому ході;
 K_p – коефіцієнт підсилення по тракту переміщення золотника;
 ρ – переміщення золотника;
 K_n – коефіцієнт нахилу механічної характеристики;
 F_n – розвинуте зусилля навантаження;
 $C_{ж}$ – жорсткість стовпа рідини в гідроциліндрі;
 x – фактичне переміщення штока;
 ΔP – перепад тиску в порожнинах гідроциліндра;
 S – ефективна площа поршня гідроприводу;
 T, ξ – стала часу і коефіцієнт загасання ланки золотника;
 $K_{\Delta p}$ – коефіцієнт зворотного зв'язку з перепаду тиску;
 $\Delta P_{пр}$ – програмне значення перепаду в порожнинах навантажувального гідроприводу.

Лінійна система рівнянь (48) має третій порядок. Характеристичне рівняння системи в операторній формі записуємо у вигляді:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0 \quad , \quad (49)$$

де $a_0 = T^2$;

$$a_1 = T(2\xi + C_{ж} K_n T);$$

$$a_2 = 1 + 2\xi C_{ж} K_n T;$$

$$a_3 = (1 + K) C_{ж} K_n;$$

$K = K_v K_{\Delta p} / (S K_n)$ – коловий коефіцієнт підсилення в контурі регулювання перепаду тиску.

Використовуючи алгебраїчний критерій Гурвіца, легко отримати вираз для критичного коефіцієнта підсилення в контурі регулювання перепаду тиску:

$$K_{крит} = 2\xi [2\xi + C_{ж} K_n T + 1 / (C_{ж} K_n T)] \quad . \quad (50)$$

Для потужних приводів із двокаскадними золотниками оцінні розрахунки критичного коефіцієнта відповідно до виразу (50) дають значення 80...120, для приводів середньої потужності – 150...200.

Для режиму, що встановився, система (1) дає таку залежність між реалізованим і програмним перепадами тиску:

$$\Delta P = \frac{1}{1+1/K} \left(\Delta P_{\text{пр}} - \frac{\dot{x}}{K S K_H} \right) \quad (51)$$

Із формули (4) визначимо відносну помилку підтримки програмного тиску:

$$\varepsilon \approx 1/K + \frac{\dot{x}}{\Delta P_{\text{пр}} \cdot K S K_H} \quad (52)$$

Із формули (5) випливає, що $\varepsilon \rightarrow 0$, коли $K \rightarrow \infty$.

Проте такий шлях не дозволяє зробити помилку як завгодно малою, оскільки зростання колового коефіцієнта обмежено величиною $K_{\text{крит}}$ (див. (50)). У статичному режимі (за $\dot{x} \approx 0$) і значення $K \approx 0,5 K_{\text{крит}}$ помилка становить одиниці відсотків.

Подальше зменшення помилки можливе шляхом введення в програмне значення перепаду тисків компенсуючої добавки $\Delta P_{\text{ком}}$. Цей прийом дозволяє не лише поліпшити статичну точність, але й парировати швидкісну складову помилки, зумовлену втратами тиску на робочих щілинах золотника під час руху штока навантажувального гідроприводу з певною швидкістю.

Підставимо у вираз (4) замість $\Delta P_{\text{пр}}$ величину $\Delta P_{\text{пр}} + \Delta P_{\text{ком}}$ і вимагатимемо, щоб $\Delta P = \Delta P_{\text{пр}}$:

$$\Delta P_{\text{пр}} = \frac{1}{1+1/K} \left(\Delta P_{\text{пр}} + \Delta P_{\text{ком}} - \frac{\dot{x}}{K S K_H} \right), \quad (53)$$

звідки отримуємо вираз для компенсуючої добавки:

$$\Delta P_{\text{ком}} = \frac{\Delta P_{\text{пр}}}{K} + \frac{\dot{x}}{K S K_H} \quad (54)$$

Отже, з урахуванням компенсувальної складової величина програмного перепаду дорівнюватиме:

$$\Delta P_{\text{пр}} + \Delta P_{\text{ком}} = \Delta P_{\text{пр}} \left(1 + \frac{1}{K}\right) + \frac{\dot{x}}{K S K_H} \quad (55)$$

Теоретично в цьому випадку $\varepsilon = 0$. Фактична точність відтворення навантаження визначатиметься в основному точністю датчиків тиску і становитиме одиниці відсотків у всіх практично важливих режимах роботи стенда. За точністю відтворення навантажень стенди з навантажувальними гідроприводами мають значну перевагу над більшістю відомих механічних систем навантаження.

8.2 Способи задання навантаження та функціональні можливості універсальних стендів із керованими навантаженнями

У загальному виді універсальний навантажувальний стенд має вигляд, поданий на рис. 27

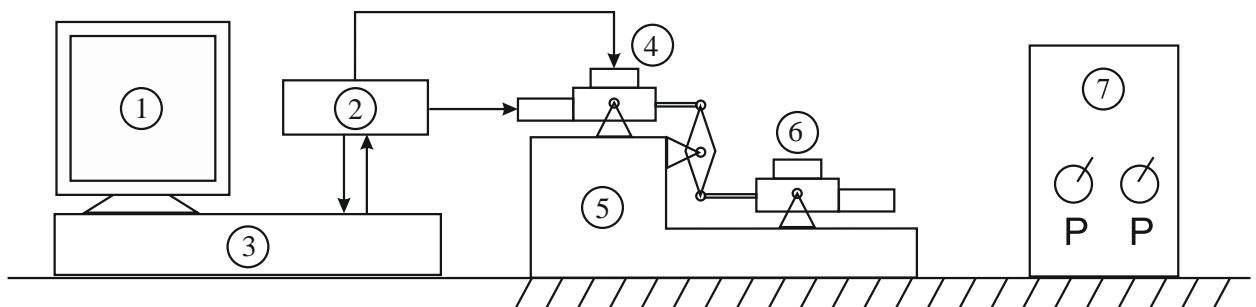


Рис.27

На рис. 27 позначено:

- 1 – дисплей (монітор),
- 2 – контролер,
- 3 – ЕОМ (комп'ютер),
- 4 – навантажувальний гідропривід,
- 5 – станина (жорстка основа)
- 6 – випробовуваний привід (гідравлічний, електромеханічний, газовий),
- 7 – джерело гідравлічної потужності.

Основні вимоги до конструкції універсального стенда – це досить жорстка основа (в ідеалі – лита конструкція) і, звичайно, перевищення потужності навантажувального гідроприводу над максимальною потужністю приводу, для якого ці навантаження відтворюють. Можливу різницю в максимальних переміщеннях штоків приводів може бути скомпенсовано розмірами важелів прикладання зусиль.

8.3 Задання програмних навантажень

Задання програмних значень навантажень (перепадів тиску) для автономних випробувань приводів не становить особливої складності, оскільки вони, як правило, постійні в кожному експерименті.

Для відтворення комплексу змінних навантажень для моделювання польоту літальних апаратів пропонують досить простий і ефективний метод, який дозволяє одним навантажувальним гідроприводом відтворювати не тільки змінні статичні навантаження, типу навантаження постійного знака, позиційного навантаження, зусилля тертя, але й повністю відтворювати *зусилля від інерційних мас* (без установлення фізичних еквівалентів цих мас), а також моделювати жорсткість і люфти кінематичної передачі в тракці пружної підвіски керувальних органів. Цей метод також дозволяє відтворювати зовнішні зусилля на керувальні органи від кутових і лінійних прискорень об'єкта керування та пружних коливань корпусу літальних апаратів.

Усі сили, що діють на керувальний орган, що відхиляється, у тому числі й інерційні, привід сприймає в *одній* точці – точці кріплення штока приводу до керувального органа. У цій точці їх і відтворюють за допомогою навантажувального гідроприводу.

Для цього, паралельно з моделюванням польоту літального апарата (або функціонуванням будь-якого іншого об'єкта керування), моделюють поведінку ланки пружної підвіски керувального органа (у загальному випадку коливальної ланки другого порядку). А оскільки сумарне зусилля пропорційне пружній деформації тракту, вихідний сигнал ланки пружності в математичній моделі і є шуканою величиною програмного зусилля, яку має відтворити навантажувальний привід.

Принципову схему реалізації цього методу подано на рис. 28.

На рисунку пунктиром виділено блок формування програмного навантаження у вигляді моделі коливальної ланки, що описує поведінку керувального органа.

Формування навантажень на привід відбувається у такий спосіб:

на вхід коливальної ланки надходить сигнал від датчика положення штока приводу $X_{\text{идос}}$ і з оберненим знаком сигнал віртуального переміщення керувального органа $X_{\text{н}}$. Їхня різниця (пружна деформація) надходить на вхід ланки жорсткості (на якому за допомогою зони нечутливості моделюється також і люфт). Вихід ланки жорсткості – це програмне зусилля, яке має відтворити навантажувальний привід.

До програмного значення зусилля на вхід підсилювача контуру керування перепадом тиску додається швидкісна поправка, яку формує диференціальна ланка зі сталими часу T_1 , T_2 . Для формування швидкісної поправки замість диференціальної ланки, з реалізацією якої можуть бути

проблеми, можна використовувати віртуальну швидкість навантаження з виходу першого інтегратора коливальної ланки.

На вхід першого інтегратора, крім зусилля від приводу, також подають усі складові навантаження: позиційне навантаження, силу тертя тощо, а також увесь комплекс навантажень від кутових і лінійних прискорень об'єкта керування і його пружних коливань – $F(\ddot{\psi}, \ddot{z}, \ddot{q})$, отриманий у схемі моделювання польоту ракети.

Суму всіх зусиль ділять на зведену до штока приводу масу керувального органа і двічі інтегрують.

Результат інтегрування – переміщення керувального органа X_H подають у схему моделювання польоту ракети і, з протилежним знаком, на вхід коливальної ланки.

Реалізовано модель коливальної ланки може бути або на операційних підсилювачах, або на швидкодійному контролері.

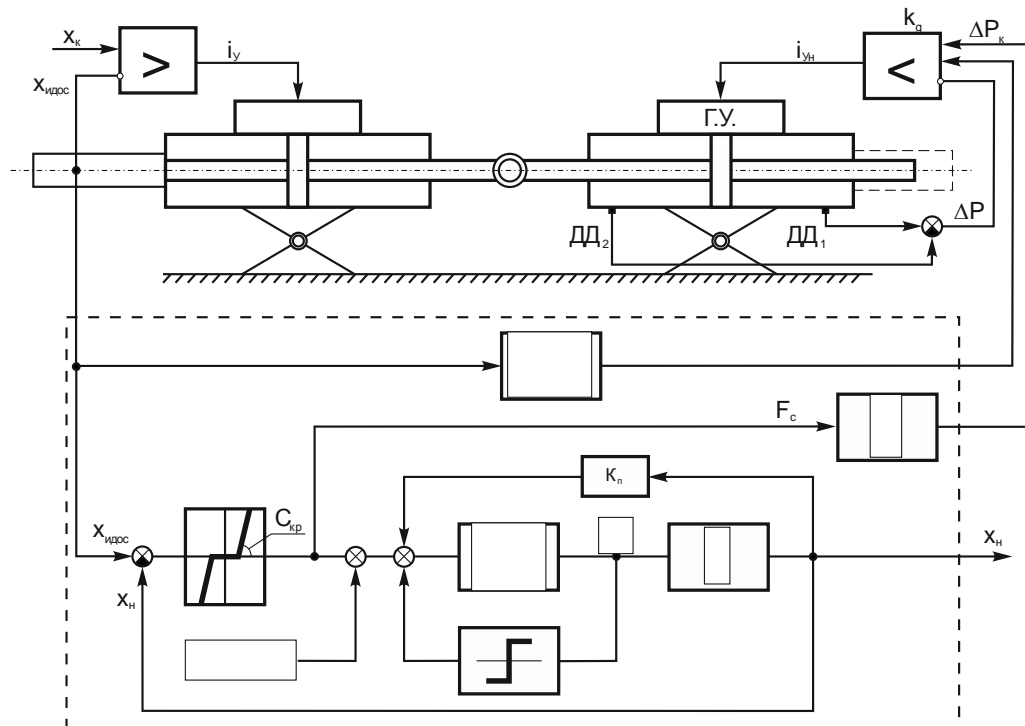


Рис. 28. Принципова схема формування програмного значення навантаження на приводи керувальних органів

Як відзначалося вище, стенди з керованим навантажувальним гідроприводом успішно використовували на комплексних стендах під час відпрацювання систем керування балістичних ракет. Експлуатація цих навантажувальних стендів підтвердила їхні високі функціональні можливості, недосяжні на традиційних навантажувальних стендах, за істотно простішої реалізації.

Слід відзначити, що використання достатньо точних математичних моделей приводів у багатьох випадках може виключити необхідність застосування навантажувальних стендів під час відпрацювання складних систем керування.

Проте в техніці, і не лише ракетній, є і будуть ситуації, коли коректні випробування не можуть обійтися без фізичного відтворення навантажень, наприклад, під час автономного відпрацювання приводів, або для формування комплексу навантажень під час міцнісних випробувань різних конструкцій.

9. ДИНАМІКА ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

Електричні слідкувальні приводи широко використовують як виконавчі ланки систем керування в багатьох промислових виробках і особливо в ракетній і авіаційній техніці.

У ракетній техніці найбільше застосовують електроприводи в малих ракетах класу «земля – повітря», «повітря – повітря», «повітря – земля», а також у тактичних і оперативно-тактичних ракетах.

Електроприводи, порівняно з іншими типами приводів, мають цілий ряд переваг:

- високі динамічні характеристики,
- малі габарити та вагу,
- найпростішу організацію первинних джерел потужності (батареї або акумулятори),
- простоту регламентних перевірок,
- високу надійність експлуатації завдяки виконанню двигунів без щіткових колекторів («вентильні двигуни»).

Широкому застосуванню електроприводів, особливо в останні десятиліття, також сприяли створення та застосування в роторах електродвигунів висококоерцитивних магнітів, які різко зменшили габарити та масово-інерційні характеристики роторів, а, отже, такою ж мірою збільшили швидкодію приводів. Другим фактором, що сприяє їхньому повсюдному використанню, стало доскональне відпрацювання схем і масове виробництво надійних драйверів – електронних комутаторів (електронних колекторів).

9.1 Математична модель слідкувальних електроприводів

Електроприводи мають певні особливості, які їх вирізняють серед інших типів приводів.

Оскільки електричні двигуни, як правило, мають високі максимальні оберти (від ~ 1000 до ~ 15000 об/хв), а потрібна швидкість виконавчих органів в основному лежить у діапазоні $10 - 30$ об/хв, то у більшості електричних приводів використовують знижувальні редуктори.

Слід відзначити ще одну особливість структури електросервоприводів порівняно зі структурою, наприклад, гідравлічних сервоприводів – використання у тракті формування команди керування електродвигуном коригувального контуру у вигляді форсувальної ланки.

Необхідність установаження коригувальної ланки зумовлено різною фізичною природою процесів формування механічних зусиль електричними й гідравлічними приводами: в електричних приводах «ланцюжок» формування зусилля більш «довгий», що збільшує час набирання зусилля і, як наслідок, призводить до збільшення фазового запізнювання в замкненому контурі та підвищених коливань під час відпрацьовування швидкозмінних сигналів керування. Форсувальна ланка вирівнює амплітудно-частотну характеристику приводу й усуває додаткове фазове запізнювання.

У загальному виді структурну схему електропривода подано на рис. 29

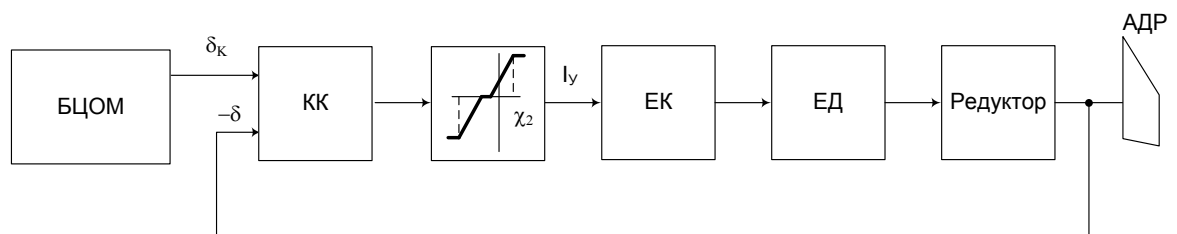


Рис. 29 Структурна схема електропривода:

На рис. 29 прийнято позначення:

БЦОМ – бортова цифрова обчислювальна машина,

δ_k – командний сигнал,

δ – кут відхилення керувального органа,

КК – коригувальний контур,

χ_2 – лінійна зона керувального сигналу,

I_y – керувальний сигнал,

ЕК – електронний колектор,

ЕД – електродвигун,

АДР – навантаження, наприклад, у вигляді аеродинамічного руля.

Відповідно, математична модель слідкувального електропривода повинна містити рівняння:

- блока формування керувального сигналу та напруги на статорних обмотках,
- електродвигуна,
- редуктора,
- навантаження.

9.2 Рівняння блока формування керувального сигналу та напруги на статорних обмотках

Різниця командного сигналу і сигналу зворотного зв'язку за положенням навантаження ε пропускається через аперіодичну ланку зі сталою часу T_f і форсувальну ланку зі сталою часу T_d .

Вихід коригувальної ланки - керувальний сигнал ε_2 :

$$\varepsilon = \delta_K - \delta,$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{T_f}, \quad (56)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \dot{\varepsilon}_1 \cdot T_d$$

Формування поточної напруги на статорних обмотках двигуна відбувається в електронному комутаторі відповідно до знака і величини вихідного сигналу коригувальної ланки ε_2 . При цьому у тракці перетворення можлива поява невеликої зони нечутливості χ_1 , яку в більшості випадків можна не враховувати.

Важливим параметром замкненого контуру електропривода, на який слід звернути увагу, є величина лінійної зони χ_2 .

За обраних параметрів двигуна, редуктора і напруги живлення величина лінійної зони керувального сигналу χ_2 фактично визначає коловий коефіцієнт підсилення в контурі сервопривода:

$$K \frac{U_{\text{жив}}}{i_R \cdot C_e \cdot \chi_2} \quad (57)$$

З урахуванням зони нечутливості та величини лінійної зони вираз для поточного значення напруги на статорних обмотках двигуна записуємо у вигляді:

$$U_{\text{дв}} = \begin{cases} 0, & \text{if } |\varepsilon_2| \leq \chi_1 \\ (|\varepsilon_2| - \chi_1) \cdot \text{sign}(\varepsilon_2) \cdot \frac{U_{\text{пит}}}{\chi_2 - \chi_1}, & \text{if } \chi_1 < |\varepsilon_2| < \chi_2 \\ U_{\text{пит}} \cdot \text{sign}(\varepsilon_2), & \text{if } |\varepsilon_2| > \chi_2 \end{cases}. \quad (58)$$

9.3 Рівняння електродвигуна

Класичні рівняння двигуна постійного струму, прийняті в математичній моделі, ураховують його основні параметри, такі як:

- момент інерції ротора двигуна $J_{\text{д}}$,
- коефіцієнт моменту $C_{\text{м}}$,
- коефіцієнт реакції якоря $C_{\text{е}}$,
- індуктивність статорної обмотки $L_{\text{я}}$,
- повний опір статорного кола $R_{\text{пр}}$ (опір обмотки статора, внутрішній опір джерела живлення, опір вихідних ключів комутатора).

Використання цих параметрів цілком достатньо для якісного опису роботи електродвигуна.

На ранніх етапах проектування електропривода можуть виникнути проблеми з визначенням основних параметрів двигуна для математичної моделі, що остаточно визначають лише після відпрацювання та випробувань самого двигуна.

У цьому випадку можна скористатися каталогами фірм - виготовлювачів двигунів, де завжди можна підібрати близький аналог двигуна за напругою живлення, обертами і потужністю та прийняти його основні константи як перше наближення.

Як приклад на рис. 30 наведено графіки змінення параметрів двигунів від потужності в межах від 10 до 80 Вт з обертами 3000 – 4000 об/хв і живленням 24 – 30 В, побудовані на основі каталогу безколекторних двигунів фірми Fulling Motor (під час використання цих графіків слід пам'ятати, що коефіцієнти $C_{\text{м}}$ і $C_{\text{е}}$ в системі SI мають однакові числові значення).

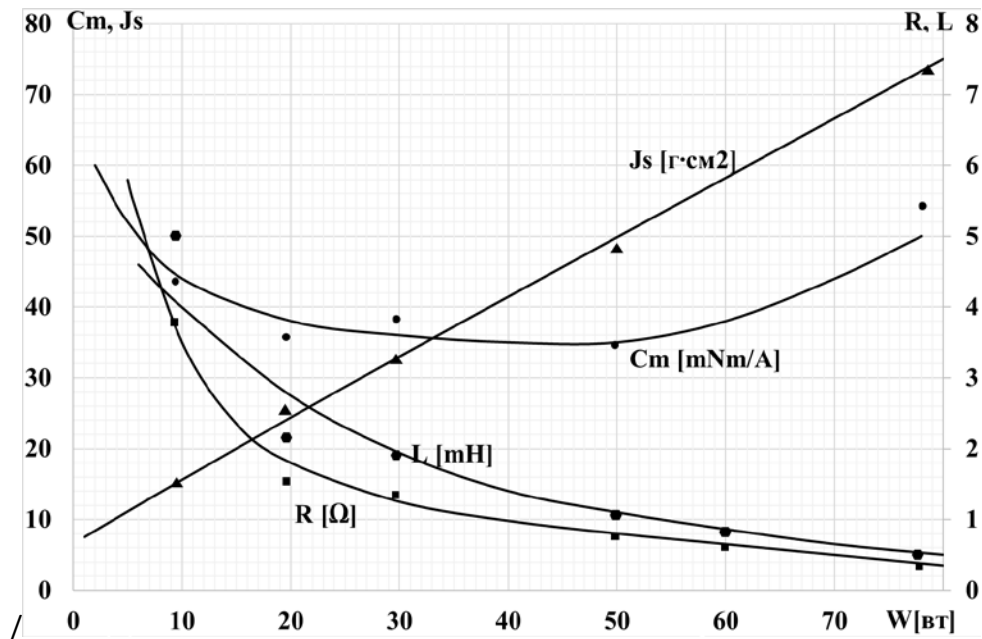


Рис. 30. Параметри електродвигунів залежно від потужності

З урахуванням обмеження максимальної величини статорного струму рівняння двигуна записуємо у вигляді:

$$\frac{dI_{\text{я}}}{dt} = \frac{U_{\text{дв}} - C_e \cdot \omega_{\text{дв}} - I_{\text{я}} \cdot R_{\text{пр}}}{L_{\text{я}}}, \quad \text{if } |I_{\text{я}}| < I_{\text{я}}^{\text{max}}$$

$$\frac{dI_{\text{я}}}{dt} = 0, \quad \text{if } |I_{\text{я}}| > I_{\text{я}}^{\text{max}} \text{ и } \frac{dI_{\text{я}}}{dt} \cdot I_{\text{я}} > 0$$

$$M_{\text{д}} = C_m \cdot I_{\text{я}} \tag{59}$$

$$J_{\text{пр}} = J_{\text{д}} \cdot K_{\text{р}}$$

$$\dot{\omega}_{\text{д}} = \frac{M_{\text{д}} - M_{\text{с}}}{J_{\text{пр}}}$$

У рівняннях (59) прийнято позначення:

$I_{\text{я}}$, $I_{\text{я}}^{\text{max}}$ – струм статора (якоря) і максимальний струм статора,

$J_{\text{пр}}$ – момент інерції ротора зі зведеними масами ступенів редуктора,

$M_{\text{д}}$ – момент, що розвиває двигун,

$M_{\text{с}}$ – момент опору з боку редуктора,

$\omega_{\text{д}}$ – кутова швидкість двигуна.

9.4 Рівняння редуктора

Електропривід, що вмикає електродвигун, редуктор і навантаження, з погляду механіки є типовою *багатомасовою* системою.

Силову взаємодію ротора двигуна з редуктором і навантаженням досить строго може бути описано через конструктивні жорсткості та пружні деформації *всіх* рухомих мас механічної передачі: ротор двигуна – вали і шестірні всіх ступенів редуктора – навантаження на вихідному валу (наприклад, АДР).

Математичний опис силової взаємодії чотирьох, п'яти або більше мас робить диференціальні рівняння, а також процес їх інтегрування занадто складними і громіздкими. Тому доцільно звести цю багатомасову систему до динамічно подібної, але двомасової системи, у якій трохи збільшений (зведений) момент інерції ротора двигуна і момент інерції навантаження взаємодіють через деяку еквівалентну пружність і передавальне число редуктора.

Зведення моментів інерції всіх проміжних ланок кінематичного ланцюга редуктора до осі ротора двигуна здійснюється, починаючи від вихідного вала, діленням моменту інерції кожного ступеня на квадрат передавального числа всіх наступних ступенів редуктора до ротора, і підсумовуванням цих «добавок» з моментом інерції ротора двигуна.

Для конкретного електропривода, динаміку якого буде проаналізовано нижче, у результаті зведення обертових інерційних мас редуктора до вала двигуна, еквівалентний момент інерції ротора електродвигуна збільшується на ~2,5 %: від 37 до 37,9 кг·мм² (див. таблицю).

Таблиця

Ступінь редуктора	I	II	III	IV	V
Передавальне число	2,895	3,316	3,529	3,765	5,083
Момент інерції, кг·мм ²	3	32,5	153,7	630,4	5156,8

Для різних приводів і конструктивних схем редукторів зведене значення моменту інерції ротора може збільшитися порівняно з вихідним значенням на 10–40 %.

Цікавим є співвідношення зведених величин моментів інерції ротора двигуна та моменту інерції навантаження у двомасовій системі. У багатьох випадках інерційний вплив ротора виявляється значно вище, ніж вплив моменту інерції навантаження.

Наприклад, порівняння величин зведених мас ротора двигуна й інерційної маси АДР розглядуваного прикладу у двомасовій системі показує:

- зведена до вихідного вала приводу інерційна маса ротора двигуна приблизно у двадцять разів *більше* за момент інерції АДР,

- відповідно, зведена до вала двигуна маса АДР приблизно у двадцять разів *менше* за інерційну масу ротора двигуна.

Отже, зокрема для цього електропривода (як, втім, і для більшості електроприводів з редукторами), переважаючий вплив на динаміку замкненого контуру сервопривода справляє *момент інерції ротора двигуна*. Збільшення або зменшення моменту інерції навантаження навіть у декілька разів у багатьох випадках практично не позначається на динамічних характеристиках виконавчих органів з електроприводами.

Оскільки величина моменту інерції ротора має визначальне значення для динаміки приводу, операцію визначення його зведеного значення слід виконувати *обов'язково*.

Після операції зведення механічну взаємодію електродвигуна, редуктора і навантаження можна описати у вигляді рівнянь *двомасової* системи, де силову взаємодію та взаємні кутові переміщення двох мас – зведеної інерційної маси ротора двигуна й інерційної маси навантаження – визначають через сумарне передавальне число і певну еквівалентну жорсткість редуктора.

Слід відзначити ще декілька важливих обставин для математичного опису редуктора в прийнятій двомасовій математичній моделі. Вони пов'язані з вибором *розрахункового* значення еквівалентної жорсткості механічної передачі, математичного опису величини еквівалентного люфту передачі та математичного опису ефекту механічного ККД редуктора.

9.5 Вибір еквівалентної жорсткості редуктора

Під час вибору розрахункового значення еквівалентної жорсткості редуктора слід мати на увазі, що використання реальних її значень у комбінації з дуже малими значеннями моментів інерції обертових мас приводу призведе до необхідності чисельного інтегрування процесів з дуже високими власними частотами, що лежать далеко за межами робочого діапазону частот приводу.

Оскільки верхня границя діапазону робочих частот приводу не перевищує 20 Гц, без великої похибки можна взяти для розрахунків роботи приводу (особливо під час розрахунків польоту ракети) значення

еквівалентної жорсткості, що відповідає власній частоті коливань ротора двигуна на цій жорсткості близько 50–70 Гц. Цей діапазон частот може бути істотно нижче реальних власних частот рухомих мас двигуна і редуктора, але *значно вище частот* робочого діапазону приводу.

Перевірні розрахунки частотних характеристик у разі змінення (зменшення/збільшення) цієї жорсткості у декілька разів показують, що видимого змінення АФЧХ у робочому діапазоні частот при цьому не спостерігається.

Отже, використання у двомасовій математичній моделі електропривода того чи іншого розрахункового значення еквівалентної жорсткості кінематичної передачі потрібно насамперед для опису *силової взаємодії* інерційних мас. При цьому *штучне зниження* цієї жорсткості здійснюють, щоб виключити потребу розрахування процесів, частотний спектр яких лежить далеко за робочим діапазоном частот приводу.

9.6 Математичний опис люфту

Ситуація з математичним описом люфтів у редукторі для прийнятої «двомасової» математичної моделі також потребує застосування спеціального обчислювального прийому.

Найточніший опис люфту в механічній передачі – це подання люфту у вигляді зони нечутливості, рівної за розміром люфту, у ланці жорсткості між двома рухомими масами.

Якщо «звести» реальний люфт тільки в останній ланці редуктора, наприклад, завбільшки з одну кутову хвилину до вала двигуна, то за передавального числа редуктора для розглядуваного нижче прикладу 648 вал двигуна повинен повернутися на кут понад десять градусів, перш ніж він «вибере» цей люфт і «зустріне» силовий опір веденої маси навантаження.

Зона нечутливості такого порядку в замкненій системі в більшості випадків спричинить незгасаючі автоколивання.

Проте в дійсності під час обертання ротора в межах зведеного до осі двигуна люфту (наприклад, у межах ± 10 град) будуть послідовно задіюватися всі шестірні редуктора, які справлятимуть наростаючий *інерційний* опір обертанню вала двигуна. Інакше кажучи, «чистої» силової зони нечутливості в ± 10 градусів на практиці фактично не існує, оскільки за найменшого обертання ротора двигуна виникає силовий опір наступних ступенів редуктора.

Якщо додатково як пом'якшувальну обставину врахувати, що за наявності знакосталого навантаження люфти «вибираються» і фактично не

справляють впливу на процеси руху, то у разі зведення багатомасової системи до двомасової можна досить просто, без великої динамічної похибки, розв'язати проблему коректного математичного опису люфту.

Щоб «усередині» еквівалентного люфту врахувати силову взаємодію двох мас, але *послабити* його (що фактично спостерігається в процесі послідовного проходження люфтів кожного ступеня) достатньо у межах цього люфту прийняти зменшену в декілька разів (наприклад, у 2-3 рази) прийняту розрахункову жорсткість кінематичної передачі.

9.7 Математичний опис ефекту механічного ККД редуктора

Величина ККД редукторів – це фактично узагальнена числова характеристика втрат на *тепловиділення* енергії, що передає редуктор. Цей коефіцієнт практично не залежить від величини переданої потужності, швидкості та напрямку обертання валів редуктора і звичайно лежить у діапазоні 0,7 – 0,98 для різних редукторів.

Причина втрати потужності – сухе тертя ковзання між зубцями шестірень, тертя в підшипниках валів, а також внутрішнє конструкційне тертя матеріалів.

Момент тертя пропорційний до зусилля, з яким взаємодіють контактуючі поверхні, тобто в нашій моделі – до моменту M_c .

Виходячи із цього, формулу для розрахунків моменту внутрішнього тертя редуктора, що відповідає значенню його ККД, може бути записано у вигляді:

$$M_{тр} = M_c \cdot i_R \cdot (1 - \eta) \cdot \text{sign } \dot{\delta},$$

де:

$M_{тр}$ – момент внутрішнього тертя редуктора, що відповідає ККД,

M_c – момент пружної силової взаємодії мас із боку вала двигуна,

i_R – передавальне число редуктора,

η – ККД редуктора,

$\dot{\delta}$ – кутова швидкість приводу.

Отриманий у такий спосіб момент підсумовується із зовнішніми аеродинамічними моментами, моментами вагового дисбалансу, тертям на валу навантаження та іншими моментами, що діють відносно вала.

Слід зазначити, що, крім негативного ефекту, пов'язаного із втратою корисної потужності приводу, момент внутрішнього тертя редуктора, *діючи*

значно «м'якше», ніж звичайне сухе тертя, збільшує демпфірування в механічній системі приводу.

З урахуванням отриманих вище залежностей і силової взаємодії всіх елементів кінематичного ланцюга систему рівнянь, що пов'язує рух двигуна і навантаження, можна подати у вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_д &= \omega_д ; \\ \Delta &= \varphi_д - \delta \cdot i_R ; \\ \dot{M}_c &= \begin{cases} C_1 \cdot (\omega_д - \dot{\delta} \cdot i_R), & \text{якщо } |\Delta| < \Delta_\varphi \\ C_2 \cdot (\omega_д - \dot{\delta} \cdot i_R), & \text{інакше} \end{cases} ; \end{aligned} \quad (60)$$

$$M_{тр} = M_c \cdot i_r \cdot (1 - \eta) \cdot \text{sign } \dot{\delta},$$

$$\ddot{\delta} = \frac{M_c \cdot i_R - M_{тр} - M_a - M_{вд}}{J_H},$$

де:

$\omega_д$ – кутова швидкість обертання двигуна,

$\varphi_д$ – кут повороту вала двигуна,

Δ – пружна деформація редуктора,

Δ_φ – величина еквівалентного, зведеного до осі двигуна люфту,

$\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}$ – кут відхилення, кутова швидкість і прискорення навантаження,

M_a – аеродинамічний момент,

$M_{вд}$ – момент вагового дисбалансу,

J_H – момент інерції навантаження.

У цих рівняннях, як і в математичній моделі гідравлічних приводів, для поліпшення процесів чисельного інтегрування, обчислення моменту опору на валу двигуна M_c здійснюють інтегруванням похідної цього моменту.

Отже, послідовний ланцюжок отриманих вище диференціальних і алгебраїчних рівнянь (56), (58), (59) і (60) у сукупності становить умовно повну математичну модель електропривода.

За прийнятих допущень така система рівнянь має восьмий порядок. Будь-яка, навіть максимально спрощена, але ще досить коректна лінійна модель для оцінювання стійкості і якості електроприводів, матиме мінімум п'ятий порядок. Як наслідок, застосування до такої системи алгебраїчних критеріїв або частотних методів не може дати простих і наочних рішень.

Тому найбільш практичним, швидким і результативним методом дослідження поведінки електроприводів і визначення їхніх динамічних характеристик є застосування як основного інструмента досліджень *чисельного інтегрування* повної системи рівнянь.

Процеси відпрацювання приводом різних командних сигналів, у тому числі стрибкоподібних, імпульсних або синусоїдальних фактично дадуть повну інформацію про його динамічні властивості.

Такий підхід виправдано також і тим, що запаси стійкості замкненого контуру електроприводів у більшості практичних випадків досить великі (навіть незважаючи на використання в розрахунках штучно зменшеної жорсткості редуктора) і, як правило, не потребують додаткових спеціальних досліджень, а також не є якимось обмежувальним фактором для вибору інших важливих параметрів сервопривода.

Вище, на прикладі гідравлічних сервомеханізмів, було показано, що запаси (області) стійкості в замкненому контурі визначаються добутком двох параметрів: сумарної жорсткості силової передачі *усередині контуру* сервопривода і крутості падіння швидкості за зростання навантаження опору. Очевидно, що цю закономірність можна застосувати і до оцінювання стійкості інших типів сервомеханізмів.

За близького для різних типів приводів характеру змінення швидкості під час змінення навантаження механічна жорсткість силової передачі в електроприводах значно вище за жорсткості рідин або газів у порожнинах силових циліндрів. Отже, і запаси стійкості електроприводів повинні бути значно вищими, ніж у гідравлічних або газових сервомеханізмах.

Фізичні експерименти з реальними електроприводами в основному підтверджують ці висновки та правомірність такого підходу.

Крім розрахункової оцінки стійкості, практичний інтерес становить визначення, за допомогою аналізу перехідних процесів і частотних характеристик, оптимальних значень сталої часу форсувального ланцюжка коригувального контуру. Вона залежить від багатьох параметрів приводу,

але, за інших рівних умов, визначальним є співвідношення максимального рушійного моменту двигуна і моменту інерції ротора. Фактично, максимальне прискорення ротора і відповідна йому швидкість наростання рушійного зусилля визначають величину необхідного форсування: чим *більше* швидкість наростання зусилля, тим *менше* потрібне значення сталої часу форсувального ланцюжка. Значення сталих часу форсувальних ланцюжків для різних приводів з редукторами (і не тільки електроприводів!) можуть лежати в діапазоні 0,001 – 0,1 с.

9.8 Розрахунки динамічних характеристик електропривода

Як приклад використання отриманої математичної моделі наведемо деякі результати розрахунків динамічних процесів для одного не зовсім типового електропривода з досить великою (для електроприводів) потужністю, більше 1 кВт, і двигуном, що розвиває 15000 об/хв на холостому ході. Відповідне до обертів передавальне число редуктора також досить велике – 648.

Настільки великі оберти двигуна було обрано, виходячи з особливих умов компонування цього електропривода на ракеті, для якої його проєктували. Взагалі, найбільш застосовувані для приводів оберти двигунів звичайно лежать у діапазоні 2000–4000 об/хв, а передавальні числа редукторів лежать у межах 100 – 300.

Нижче наведено інші потрібні для розрахунків параметри цього приводу та його навантаження:

T_d, T_f – сталі часу коригувальної ланки, обирають за результатами розрахунків,

χ_1 – ширина зони нечутливості, прийнято рівною 0,

χ_2 – ширина лінійної зони передпідсилювача, обирають за результатами розрахунків,

$R_{\text{пр}}$ – повний опір статорного кола (опори обмотки статора, вихідних ключів підсилювача, внутрішній опір джерела живлення), 0,3 Ом;

$L_{\text{я}}$ – індуктивність обмотки якоря, 0,17 мГн;

$U_{\text{жив}}$ – напруга живлення, 60 В;

I_{max} – рівень обмеження струму якоря двигуна, 90 А;

$C_M, (C_E)$ – коефіцієнт моменту та коефіцієнт проти-ЕРС 0,04 Н·м/А (В·с/рад);

$J_{\text{пр}}$ – зведений момент інерції ротора двигуна, $37.9 \cdot 10^{-6}$ кг·м²;

C_2 – прийнята в розрахунках жорсткість редуктора, 16 Н·м/рад;

C_1 – прийнята в розрахунках жорсткість «усередині» люфту, 8 Н·м/рад;

$\Delta_{\text{ф}}$ – сумарна величина зведених до двигуна люфтів, 0,02 рад;

η – ККД редуктора, 0,8;

M_a $M_{\text{вд}}$ – на валу навантаження (у цих розрахунках не враховували)

J_n – момент інерції навантаження, 0,7 кг·м².

9.9 Реакція на ступінчастий вплив. Амплітудні та фазові частотні характеристики сервопривода

За видом перехідних процесів відпрацювання приводом ступінчастої команди можна визначити якість роботи слідкувального приводу:

- ступінь коливального характеру перехідного процесу,
- статичну помилку відпрацювання (за наявності моменту опору навантаження),
- запаси стійкості слідкувального приводу.

Зокрема, у разі збільшення колового коефіцієнта за моментом виникнення незгасаючих коливань можна визначити критичний коефіцієнт підсилення в контурі.

Як ми вже відзначали, коловий коефіцієнт підсилення замкненого контуру електропривода $K \frac{U_{\text{жив}}}{i_R \cdot C_e \cdot \chi_2}$, за обраної напруги джерела живлення, параметрів двигуна і редуктора, визначається величиною лінійної зони χ_2 у ланці оброблення різницевого сигналу.

Розрахунки показують, що для цього прикладу за величини лінійної зони, наприклад, 1 град коловий коефіцієнт дорівнюватиме $\sim 130 \text{ с}^{-1}$, для зони 0,5 град відповідно $\sim 260 \text{ с}^{-1}$.

Такі значення колового коефіцієнта, у разі їхньої реалізації, забезпечують високі динамічні характеристики електроприводів. Для порівняння: у гідравлічних сервоприводів порівнянної потужності застосовувані колові коефіцієнти підсилення рідко виходять за межі діапазону $10\text{--}20 \text{ с}^{-1}$, що на порядок нижче, ніж в електроприводів.

На рис. 31 подано розрахунки реакції електропривода на східчастий сигнал з рівнем 0,1 рад.

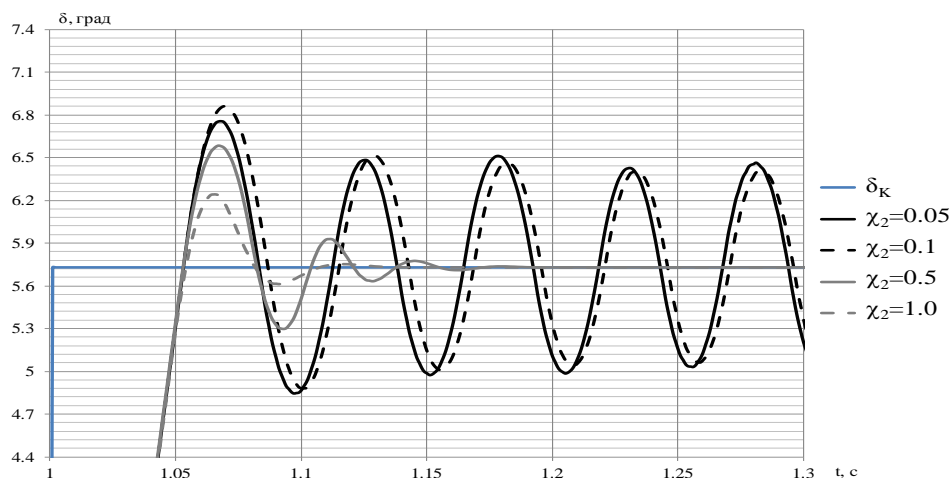


Рис.31 Реакція електропривода на східчастий сигнал без корекції та за різних значень лінійної зони χ_2 (у градусах)

Реакція сервопривода на східчастий сигнал, навіть за близьких до можливих номінальних значень (0,5–1 град) величин лінійної зони, має підвищені коливання, для усунення яких потрібно вводити корекцію різницевого сигналу.

Наведені на рис. 32 сітки АФЧХ для різних значень сталої часу форсувального ланцюжка найбільш наочно демонструють вплив форсування на роботу замкненого контуру.

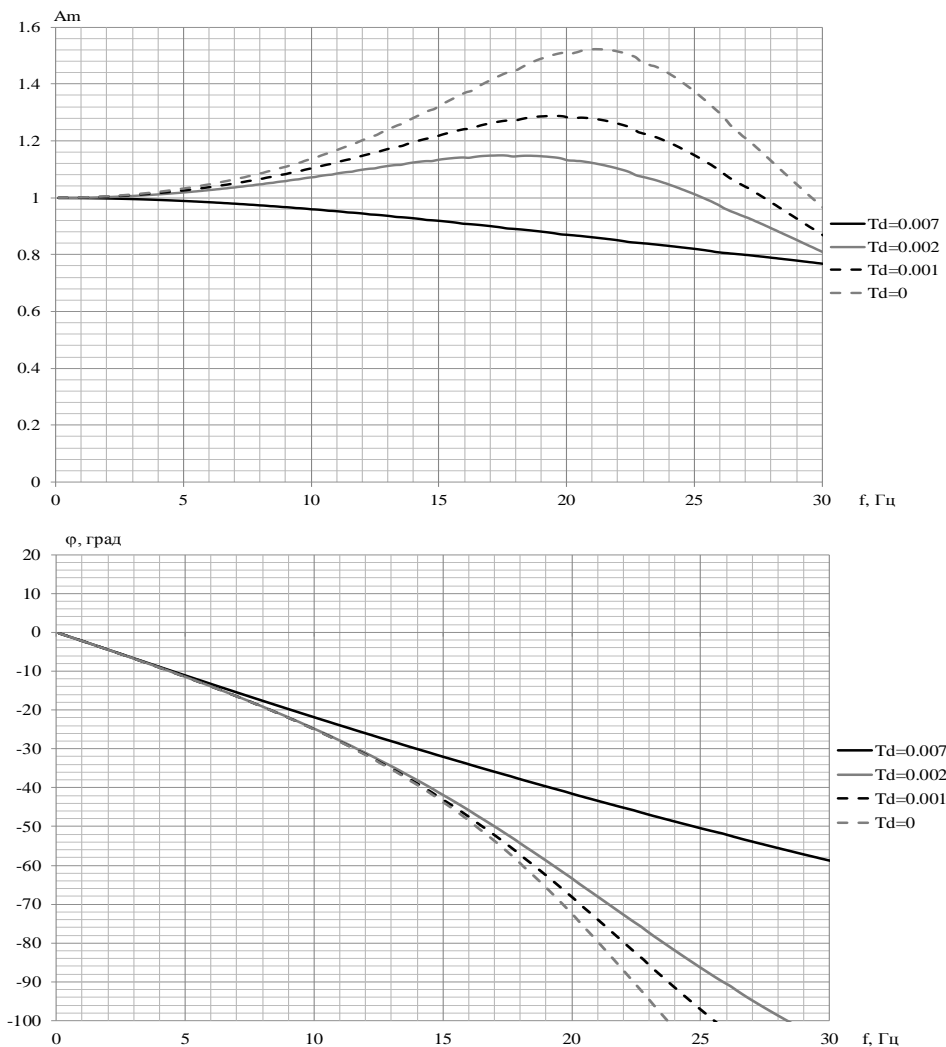


Рис. 32 АФЧХ приводу для різних значень сталих часу форсувальної ланки і зоні лінійності керувального сигналу $\chi_2 = 1$ град

Сталу часу фільтра, який потрібен для організації операції форсування, у всіх випадках приймали рівною 0,001 с.

Розрахунки показують, що збільшення сталої часу форсування до величини $T_d = 0,007$ с повністю усуває підйом амплітудної характеристики та додаткове фазове запізнювання.

Реакція на східчастий сигнал сервопривода з коригувальною ланкою та сталою часу форсувальної ланки, що дорівнює 0,007 с (див. рис. 33), близька до реакції аперіодичної ланки першого порядку за значень зони лінійності 0,5 – 1 град і має коливальний характер з переходом у режим автоколивань за значень зони лінійності 0,05 – 0,1 град.

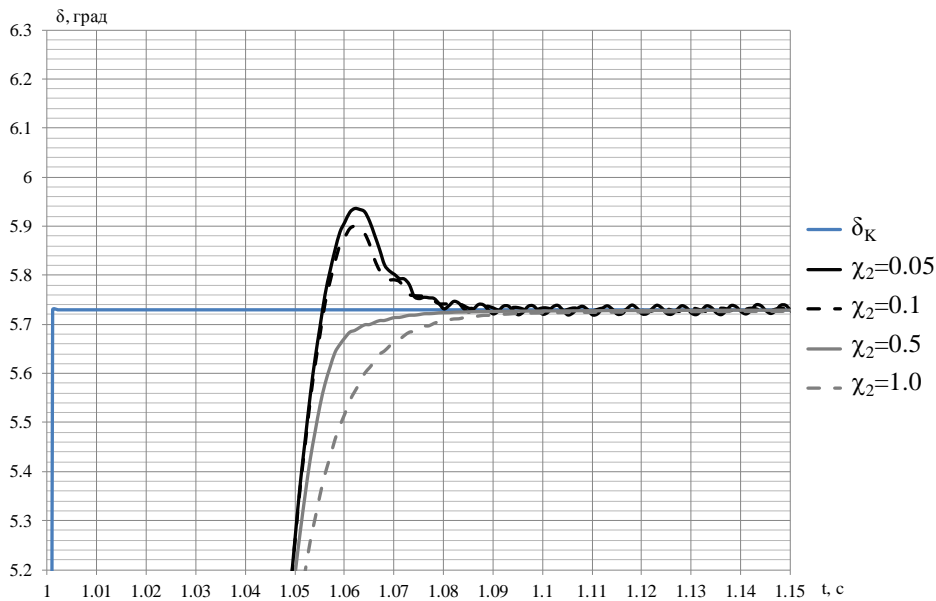


Рис. 33 Реакція сервопривода на ступінчастий вплив за наявності коригувального ланки з $T_d = 0,007$ с і різних розмірів зони лінійності

Такі дані відповідають практично 10-кратному (!) запасу стійкості в контурі (за прийнятих у розрахунках величинах жорсткості редуктора та наведеного люфту).

Розрахункові характеристики електроприводів, отримані із застосуванням поданої вище математичної моделі, досить добре узгоджуються з результатами фізичних випробувань електроприводів різної потужності.

9.10 Основні висновки за результатами аналізу динамічних характеристик електроприводів

Результати розрахунково-теоретичних і експериментальних робіт з дослідження динаміки електричних сервомеханізмів дозволяють констатувати такі основні положення:

1. Електроприводи, створені на базі сучасних безколекторних двигунів з висококоерцитивними магнітами, забезпечують високі динамічні характеристики, недосяжні для гідравлічних або газових типів сервомеханізмів.
2. Високі динамічні характеристики електроприводів зумовлені великими допустимими коефіцієнтами підсилення, які можна реалізувати в замкнених контурах приводів.
3. Широкий діапазон допустимих коефіцієнтів підсилення в електроприводах зумовлено великою конструктивною жорсткістю кінематичної передачі двигун – редуктор – навантаження.
4. Електроприводи, без корекції сигналу усередині контуру, мають підвищену коливальність під час відпрацювання керувальних команд.

5. Коливальний характер виконання команд зумовлено обмеженою швидкістю змінення моменту, що двигун передає редуктору, який змінюється з обертанням вала двигуна та зміною деформації кінематичного тракту.

6. Підвищену коливальність електроприводів досить ефективно усуває введення форсувальної ланки в контур оброблення різницевого сигналу.

7. Сталі часу диференціувального ланцюга форсувальної ланки можуть лежати в діапазоні від 5 до 50 мілісекунд, залежно від максимального значення кутового прискорення, що розвиває ротор двигуна: чим більше значення максимального прискорення, тим менше потрібна стала часу.

8. Основний і превалюючий вплив на динамічні характеристики замкненого електропривода у великій кількості практичних реалізацій має значення моменту інерції ротора електродвигуна.

9. Змінення в широких межах моменту інерції навантаження в багатьох випадках не справляє істотного впливу на динамічні характеристики електропривода.

10. Амплітудні та фазові частотні характеристики електроприводів з оптимально обраними параметрами коригувальних контурів у робочому діапазоні частот близькі до частотних характеристик аперіодичної ланки першого порядку.

11. Для розрахунків керованості та стійкості різних літальних апаратів можна цілком коректно використовувати найпростішу математичну модель електропривода у вигляді аперіодичної ланки зі сталою часу, що дорівнює оберненій величині колового коефіцієнта підсилення, і з обмеженням максимальної швидкості приводу.

10. Бібліографічні посилання

1. **Воронов А. А.** Основы теории автоматического управления. М., 1970. Ч. III: Оптимальные, многосвязные и адаптивные системы. 328 с.
2. **Фельдбаум А. А.** Методы теории автоматического управления / А. А. Фельдбаум, А. Г. Бутковский. М., 1971. 744 с.
3. **Фельдбаум А. А.** Основы теории оптимальных автоматических систем. М., 1963. 552 с.
4. **Нейман В. Г.** Гидроприводы авиационных систем управления. М.: «Машиностроение», 1973 г.
5. **Саяпин В. В.** Пневматический привод со струйным двигателем для запорно-регулирующей аппаратуры. Патент RU2292056C1 (F15B9/03) 2003 г.

