



Державне підприємство
"Конструкторське бюро "Південне" ім. М.К. Янгеля"

Моделювання процесів у системах та агрегатах ракетно-космічної техніки

Навчально-методичний посібник

[И.О.]
[Должность]

Розробник

[И.О. Фамилия]
[Должность]

Головний науковий співробітник,
к.т.н., ЛОГВИНЕНКО А.І.

д.т.н.

Дніпро

2022

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
Прийняті скорочення	4
Вступ. Роль моделювання у техніці. Види моделювань	6
1. Три теореми моделювання. Математичне та фізичне моделювання	10
2. Основні критерії та основи аналізу розмірностей	13
2.1. Передісторія розвитку методу	13
2.2. Розмірність	13
2.3. Пі-теорема	14
2.4. Застосування пі-теореми. Критерії подібності	15
3. Моделювання гідродинамічних процесів	16
3.1. Критерії гідродинамічної подібності	16
3.2. Приклади гідродинамічного моделювання	20
3.3. Оцінка параметрів каверни у рідині при впливі газового струменя	26
4. Моделювання теплових процесів	30
4.1. Загальні положення	30
4.2. Основи теорії подібності процесів конвективного теплообміну	30
4.3. Визначальні критерії подібності конвективного теплообміну	33
4.4. Практичне застосування	37
5. Основи моделювання газових потоків та їх робочих процесів	38
5.1. Загальні положення	38
5.2. Аналіз взаємозв'язку критеріїв подібності	40
6. Приклади комплексного моделювання тепломасообмінних процесів систем наддуву паливних баків РН	44
7. Критерії моделювання вакуумних умов	49
8. Теплофізична подібність газів та рідин	55
9. Основи моделювання радіо-електричних пристроїв/приладів системи керування (на прикладі акселерометрів)	67
9.1. Основні поняття моделювання	67
9.2. Моделювання інерціально-вимірювальних модулів	67
9.3. Акселерометри	68
9.4. Оптична розділювальна головка	72
10. Моделювання процесів відділення головних обтічників, ступенів та об'єктів, піротехнічних пристроїв	73
10.1. Загальні положення	73
10.2. Схеми розділення ракетних блоків	74
10.3. Відпрацювання дослідної конструкції	78
10.4. Приведення дослідних результатів до натурних умов	79
10.5. Умови подібності під час експериментального відпрацювання розділення на моделях	81
11. Моделювання параметрів рухових установок	84
12. Приклади застосування теорії моделювання в інших галузях	87
. Список питань для самоперевірки та для виконання залікових робіт	
Висновки	90
Література	91

ПЕРЕДМОВА

Одним із курсів освітньої складової освітньо-наукової програми підготовки докторів філософії за спеціальністю 134 – авіаційна та ракетно-космічна техніка є курс лекцій «Моделювання процесів і агрегатів ракетно-космічної техніки».

Курс розрахований на читання лекцій та проведення практичних занять з аспірантами. Мета курсу – показати важливість і ефективність використання методів моделювання при вивченні складних, динамічних фізичних процесів, а також при розробці та експериментального відпрацювання різних систем, агрегатів і елементів ракет-носіїв. Завданням курсу є не тільки ознайомлення з накопиченим інженерним досвідом, а й освоєння його прогресивних методів на практичних прикладах.

Після короткого ознайомлення з основами теорії моделювання докладно описано їх застосування при дослідженні теплових процесів, поведінка газових потоків та їх робочих процесів при відтворенні вакуумних умов та динамічних явищ при відділенні різних об'єктів тощо.

Матеріали курсу будуть корисні та доцільні також у діяльності наукових співробітників та інженерів авіаційної та ракетно-космічної галузі.

ПРИЙНЯТІ СКОРОЧЕННЯ

АА – агрегат автоматики;
АПП – аварійне припинення пуску;
АТ – азотний тетроксид (аміл);
БІМ – бортове джерело потужностей;
ВБР – можливість безвідмовної роботи;
ГГ – газогенератор та генераторний газ;
ГРС – газореактивна система;
ДП – демпфіруюча порожнина
ДК – рушійна установка;
ДПК – дренажно-запобіжний клапан;
РРДУ, РРД – рідинний ракетний двигун;
РРС – рідинна реактивна система (керування);
ЗУ – забірний устрій;
ІВТ – імітатор зовнішнього теплопідведення;
ВД – вихідні дані;
КА – космічний апарат;
КДІ – конструкторські довідкові випробування
КД – конструкторська документація;
КЗУ – капілярний забірний пристрій;
КЛА – космічний літальний апарат;
КМ – космічне сміття;
КП – контакт підйому;
КПЕО – комплексна програма експериментального відпрацювання;
КТ – компоненти палива;
МД – маршовий двигун;
НДМГ – несиметричний диметилгідразин (гептил);
ОК – дослідна конструкція;
ОСІ – вогневі стендові випробування;
ПАД – порохований акумулятор тиску;
ПГСП (ПГС) – пневмогідравлічна система подачі;
ПЗ – польотне завдання;
ПК – запобіжний клапан;
ПОНЕДІЛОК - попередній наддув;
РД – кермовий двигун;
РК – роздільний клапан;
РМ – витратна магістраль;
РН - ракета-носій;
СД - сигналізатор тиску;
СКУ (СКЗ) - сигналізатор контролю рівня (заправки);
СН – система наддуву;
ЗОВР – система забезпечення вологого режиму;
СОН - система основного наддуву;
СП – стартова позиція;
СПН – система попереднього наддуву;
СУ – система керування;

СУРТ – система управління витратою палива;
СУОС – система керування, орієнтації та стабілізації;
ТБ – паливний бак;
ТЗ – технічне завдання;
ТНА – турбонасосний агрегат;
ТО – паливний відсік;
ЧТД – креслярсько-технічна документація;
УБ – керуючий блок;
ЦАГІ – Центральний аерогідродинамічний інститут;
ЕГК – електрогідроклапан;
ЕП – ескізний проект;
ЕГК – електрогідроклапан,
ЕПК – електропневмоклапан.

ВСТУП. РОЛЬ МОДЕЛЮВАННЯ У ТЕХНІЦІ. ВИДИ МОДЕЛЮВАННЯ

При дослідженні різних фізичних явищ використовуються два способи дослідження, які дозволяють отримати кількісні закономірності для явищ, що вивчаються. У першому методі йдуть шляхом узагальнення емпірично встановлених закономірностей; у другому методі виходять із строго теоретичного розгляду проблеми.

Основною перевагою першого методу дослідження є достовірність одержуваних особистих результатів у межах точності, що допускається технікою експерименту. Ступінь точності експерименту завжди може бути встановлений і відповідним чином узгоджений з практичними потребами. Крім того, при виконанні експерименту основну увагу можна зосередити на вивченні безпосереднього зв'язку між величинами, які становлять найбільший практичний інтерес.

Основний недолік цього методу дослідження полягає в обмеженій цінності його результатів. Результати будь-якого конкретного експерименту не можуть бути використані стосовно іншого явища, яке певною мірою відрізняється від вивченого. Дійсно, результати будь-якого конкретного досвіду відображають усі індивідуальні особливості відповідного явища. Безпосередньо з досвіду ще неможливо вивести судження про те, які з цих особливостей є найбільш суттєвими для явища та як їх зміна позначиться на його розвитку. Тому висновки, зроблені виходячи з аналізу результатів досвідченого дослідження даного явища, неможливо знайти поширені інші явища. Необгрунтовані спроби такого поширення отриманих результатів за межами області дослідження часто призводять до помилок.

Таким чином, строго кажучи, при експериментальному методі дослідження кожне конкретне явище має бути самостійним об'єктом вивчення. Це є органічним недоліком розглянутого методу і призводить до суттєвих практичних труднощів, які особливо різко виявляються при створенні нових процесів та апаратів.

Підстави для узагальнення результатів досвіду правильно шукати в математичній фізиці, тобто в тих її розділах, які вивчають явища в самому загальному вигляді шляхом складання та аналізу існуючих диференціальних рівнянь. Математична фізика є другим методом знаходження кількісних залежностей, які широко застосовується сучасною наукою.

При виведенні диференціальних рівнянь математичної фізики зазвичай використовують найзагальніші закони природи, яким надається форма, що відповідає специфічним особливостям досліджуваного явища. Розглядаючи явища з погляду фундаментальних законів фізики, ми, звісно, відволікаємося від багатьох конкретних його характеристик. Самі по собі загальні закони фізики є результатом надзвичайно широкого узагальнення досвідчених даних. Додаток цих загальних законів до явищ, що вивчаються, природно, дозволяє отримати найбільш загальні зв'язки між суттєвими параметрами явища.

Наочним прикладом може бути висновок диференціального рівняння теплопровідності. При виведенні цього рівняння ми відволікалися від всієї конкретної обстановки явища і розглядали тільки виділений диференціальний об'єм тіла. Для виведення рівняння нам потрібен єдиний досвідчений факт, який

полягає в тому, що перерозподіл теплоти в середовищі можливий лише за наявності температурних градієнтів, не рівних нулю. Взявши для опису цього факту гіпотезу (закон) Фур'є, ми отримали можливість докласти до вивчення температурного поля тіла закон збереження енергії.

Диференціальне рівняння теплопровідності визначає механізм перерозподілу тепла в речовому середовищі (воно по суті є математичною моделлю цього механізму). Тому отримане диференціальне рівняння є найбільш загальний зв'язок між істотними для явища величинами і характеризує властивості, властиві всім явищам даного класу (у прикладі – класу явищ теплопровідності). Таким чином, всі явища (незалежно від їх індивідуальних ознак), в основі яких лежить той самий механізм перерозподілу тепла, описуються цим загальним рівнянням.

Таким чином, цілком очевидно, що будь-яке диференціальне рівняння (або система рівнянь) є математичною моделлю цілого класу явищ. Під класом, отже, ми розуміємо всю сукупність явищ, що характеризуються однаковим механізмом процесів.

Відповідно до цього при інтегруванні будь-якого диференціального рівняння ми отримуємо безліч різних рішень, що задовольняють цьому рівнянню.

Щоб отримати з безлічі можливих рішень одне приватне рішення, що відповідає певному конкретному явищу, необхідно мати додаткові дані, що не містяться у вихідному диференціальному рівнянні. Для цього треба знати всі конкретні особливості цього явища, що виділяють його з усього класу однорідних явищ. Ці додаткові умови, які разом із диференціальним рівнянням чи його рішенням однозначно визначають одиничне явище, називаються умовами однозначності.

Вочевидь, умови однозначності мають утримувати всі особливості даного конкретного явища. Цілком ясно, що ці особливості не залежать від механізму процесу (який є загальним для всього класу явищ) і задаються у зв'язку з умовами конкретного завдання.

Конкретне явище характеризується такими індивідуальними ознаками, що виділяють його із цілого класу явищ:

1. Будь-яка система, що розглядається, має певні розміри і форму; тому до умов однозначності обов'язково повинні входити геометричні властивості системи.

2. Тіла, що становлять цю систему, мають певні фізичні властивості. Тому визначення даного явища необхідно задати всі фізичні константи тіл, суттєві для аналізованого явища.

3. Будь-який процес існує та розвивається в часі. Щоб визначити стан системи в певний момент часу, необхідно знати її стан у якийсь попередній момент, який приймається за початковий. Тому умови однозначності повинні включати тимчасові умови, що характеризують стан системи у вихідний (початковий) момент часу. Для початкового моменту ми повинні мати повну картину розподілу змінних у всьому обсязі системи.

4. Досліджувана система завжди певною мірою взаємодіє з навколишнім середовищем. Найчастіше ця взаємодія і є причиною виникнення

досліджуваного процесу у системі. Вочевидь, щоб охарактеризувати повністю конкретне явище, необхідно знати умови взаємодії системи з довкіллям, тобто знати умови на межах системи.

Чотири перелічені умови та диференціальне рівняння (або система рівнянь) у сукупності однозначно визначають конкретне одиничне явище.

Таким чином, математична фізика дає у формі диференціального рівняння найзагальніші зв'язки між величинами, що характеризують явище. Ці зв'язки настільки загальні, що їх неможливо безпосередньо використовувати щодо конкретного явища. Для використання зв'язків, які у диференціальному рівнянні, необхідно, отже, вирішити це рівняння і погодити рішення з умовами однозначності. Таке рішення містило б обсяг знань, цілком достатніх для практики. Роль експериментального методу за цих умов обмежувалася б перевіркою окремих висновків, що даються теоретичною фізикою.

Однак всі труднощі полягають у тому, що в більшості випадків знайти рішення, що задовольняє диференційного рівняння і умов однозначності, неможливо. Це пояснюється складністю диференціальних рівнянь, тобто зрештою складністю самих досліджуваних явищ.

Прикладом може бути диференціальне рівняння теплопереносу Фур'є – Кірхгофа, яке потрібно вирішувати разом із рівнянням Нав'є – Стокса. Вирішити цю систему рівнянь у загальному вигляді неможливо. У даний час отримані точні рішення лише для деяких найпростіших окремих випадків.

При дослідженні складного фізичного явища іноді вдаються до спрощення вихідних диференціальних рівнянь. Однак це призводить до спотворення моделі дійсного механізму явища, яке важко піддається обліку і істотно знижує практичну цінність отриманого рішення.

На противагу експериментальному методу, що дає можливість вивчати властивості лише конкретного одиничного явища, математична фізика має такий апарат дослідження, який, навпаки, дозволяє розглядати найбільш загальні властивості явища, характерні для класу явищ у цілому.

Недоліком методу експериментальної фізики є неможливість поширити результати, отримані в даному досвіді, на інші явища, що відрізняються від вивченого. Недоліком методу математичної фізики є також неможливість перейти від класу явищ, що характеризується диференціальним рівнянням, до окремого конкретного явища, що характеризується додатково відповідними умовами однозначності. Кожен з цих методів окремо в загальному випадку не може бути ефективно використаний для вирішення завдань, що виникають на практиці.

Якщо, використовуючи сильні сторони обох методів, об'єднати в одне ціле, можна отримати дуже універсальний апарат вивчення різних явищ природи. Таке поєднання обох методів здійснюється теорією подібності.

Таким чином, теорія подібності є вченням про методи наукового узагальнення даних одиничного досвіду.

Для дослідження впливу на процес будь-якої однієї величини інші потрібно зберігати незмінними, що не завжди можливо або важко через велику кількість змінних. Крім того, при цьому потрібно бути впевненим, що результати, які отримують за допомогою будь-якої конкретної установки (моделі), можна

перенести і на інші аналогічні процеси (зразок). Ці проблеми допомагає вирішити теорія подібності. За допомогою теорії подібності розмірні фізичні величини можна об'єднати в безрозмірні комплекси, причому так, що число комплексів буде меншим від числа величин, з яких складені ці комплекси. Отримані безрозмірні комплекси можна розглядати як нові змінні.

При введенні рівняння безрозмірних комплексів число величин під знаком функції формально скорочується, що спрощує дослідження фізичних процесів. Крім того, нові безрозмірні змінні відбивають вплив не тільки окремих одиничних факторів, але і їх сукупності, що дозволяє легше визначити фізичні зв'язки в досліджуваному процесі.

Теорія подібності встановлює також умови, за яких результати лабораторних досліджень можна поширити на інші явища, подібні до аналізованого. З огляду на це теорія подібності насамперед є теоретичною базою експерименту, але не лише. Теорія подібності є важливою підмогою теоретичних досліджень. Хоча методами теорії подібності вид шуканої функції може бути визначений, теорія подібності полегшує часом аналіз процесу та опис отриманих результатів.

Теорія подібності розвивалася переважно завдяки працям радянських учених. В галузі теорії подібності добре відомі роботи А. А. Гухмана, М. В. Кирпичова, М. А. Міхеєва, Л. С. Ейгенсона, П. К. Конакова, Б. С. Петухова, Л. І. Седова та ін.

Для практичного використання висновків теорії подібності необхідно вміти приводити до безрозмірного виду математичні описи процесів, що досліджуються.

Є кілька способів виконання цієї операції. Ми скористаємося одним із них; цей метод можна назвати методом масштабних перетворень.

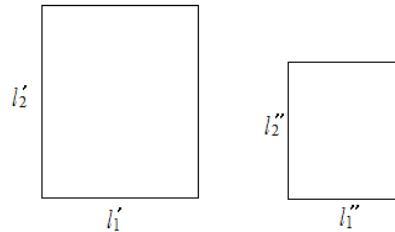
1. ТРИ ТЕОРЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ. МАТЕМАТИЧНЕ ТА ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Диференціальні рівняння нерозривності, руху, теплопровідності ... описують явища у найзагальнішому вигляді, щоб виділити конкретно, треба математичний опис всіх окремих випадків аналізованого явища, які називаються крайовими умовами або умовами краєзначності. Сюди відносяться геометричні умови, що характеризують розміри та форму тєду, в якому протікають процеси; фізичні умови: до них відносяться фізичні властивості середовища і тіла. Граничні умови, що характеризують перебіг процесу у межах тіла. Тимчасові умови, що характеризують особливості процесу у часі.

Теорія подібності є науковим узагальненням даних єдиного досвіду.

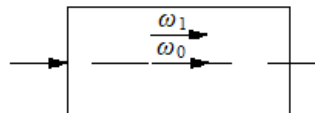
Сутність теорії подоби

Подібними явищами називають такі явища, які геометрично подібні один до одного, в яких протікають процеси однакової природи, а величини, що характеризують ці явища, відносяться один до одного як постійні числа. Поняття подібності бере свій початок із геометрії. Розглянемо, наприклад, подібність двох прямокутників.



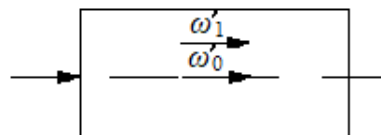
$$c_l = \frac{l''_1}{l'_1} = \frac{l''_2}{l'_2} - \text{константа подібності}$$

Поняття подібності можна поширити і на фізичні явища. Якщо фізичні явища характеризуються величинами: $t, \omega, \mu, \rho \dots$, то умовою подібності цих фізичних явищ є подібність до полів цих величин.



$$\frac{\omega_0}{\omega'_0} = c_\omega; \quad \frac{\omega_1}{\omega'_1} = c_\omega$$

При аналізі подібних явищ зіставляти величини, що характеризують ці явища, необхідно у подібних точках простору та у подібні моменти часу. Порівнювати між собою



Подібними точками простору двох подібних систем називають такі точки, координати яких задовольняють умові: $\frac{l'_1}{l''_1} = \frac{l'_2}{l''_2}$ Подібними моментами часу називаються два проміжки часу, які мають загальний початок відліку та пов'язані наступною умовою. $\tau'' = c_\tau \tau'$.

Висновок: Якщо явища подібні, будь-які однорідні величини повинні бути пов'язані умовою: $\varphi'' = c_\varphi \varphi_i'$, де φ_i' – величина, характеризує перше явище, а при φ_i'' – величина, що характеризує друге явище.

Критерії подібності. Якщо маємо складні фізичні явища, що характеризуються багатьма величинами, то константи подібності що неспроможні вибиратися довільним образом і у певної залежності між собою. Крім цього, складні явища, крім сталості, констант подоби ще характеризуються додатковими умовами.

Розглянемо два подібні потоки рідини. Нехай швидкість частинок рідини визначається за формулою $\omega = \frac{l}{\tau}$

де l – довжина ділянки шляху; τ – час

Якщо два потоки подібні, то: $\omega_1' = \frac{l_1'}{\tau_1'}$, – для першого потоку;

$\omega_2'' = \frac{l_2''}{\tau_2''}$ для другого потоку.

Позначимо

$$c_\omega = \frac{\omega''}{\omega'}; \quad c_l = \frac{l''}{l'}; \quad c_\tau = \frac{\tau''}{\tau'}$$

$$\frac{\omega''}{\omega'} = \frac{l'' \tau''}{l' \tau'}$$

$$c_\omega = \frac{c_l c_\tau}{c_\tau}$$

$\frac{c_\omega c_\tau}{c_l} = 1$ – це і є необхідна умова вибору констант подібності.

Якщо замість констант подібності підставити їх, значення та величини, що відносять до першого явища згрупувати праворуч, а величини другого явища – зліва, то отримаємо $\frac{\omega' \tau'}{l'} = \frac{\omega'' \tau''}{l''}$;

$$\frac{\omega \tau}{l} = idem \text{ – інваріант або критерій подібності}$$

Отже, додатковою умовою є однакове значення критеріїв подібності. Константи подібності мають певні значення для двох подібних явищ.

Як параметричний критерій: $h=idem$ – висота циліндра; d – діаметр циліндра.

Якщо одна з величин набуває дуже малого значення, то критерій може вироджуватися.

Теорема подоби

1. У таких явищ значення однойменних критеріїв однаково.

2. Будь-яка залежність між величинами будь-якого явища може бути представлена як залежність між критеріями подібності $f(k_1, \dots, k_n) = 0$; де k_1, \dots – критерії подібності. Така залежність називається кореляційним рівнянням. Це справедливо всім подібних явищ.

3. Подібні до тих явищ, математичний опис, яких збігаються, а критерії складені з умови однозначності чисельно рівні. Ця точка дає необхідні та достатні умови для подібності, є критерієм складені з умови однозначності, що називаються визначальними, а критерії, складені з інших величин, що не входять до умови однозначності, називається невизначальними, тобто. входять у вихідні величини.

Кожен із невизначальних критеріїв є однозначною функцією із сукупності визначальних критеріїв, так як рівність визначальних критеріїв тягне у себе і рівність невизначальних критеріїв (це з умови подоби).

З теореми подібності випливає:

1. У досвіді треба вимірювати ті величини, які утримуються в умовах подібності.

2. Результати досвіду треба обробляти за умов подібності і залежність з-поміж них представляти як критеріальних рівнянь.

3. Подібні явища ті, у яких подібні умови однозначності і рівні визначають критерії.

Отримати критерії подібності, а також комплекси, складені з констант подібності шляхом аналізу рівняння, що описує дані явища.

Як приклад беремо закон Ньютона:

$$P = m \frac{d\omega}{dt} - \text{динамічна подоба.}$$

Маємо два подібні явища

$$P' = m' \frac{d\omega'}{dt'}; \quad (1.1)$$

$$\frac{P''}{P'} = c_P; \quad \frac{m''}{m'} = c_m; \quad \frac{\omega''}{\omega'} = c_\omega$$

$$P'' = m'' \frac{d\omega''}{dt''}; \quad \frac{\tau''}{\tau'} = c_\tau;$$

$$P'' = c_P P'$$

$$m'' = c_m m'$$

$$\tau'' = c_\tau \tau'$$

$$\omega'' = c_\omega \omega'$$

$$c_P P' = c_m m' \frac{c_\omega d\omega'}{c_\tau dt'}; \quad (1.2)$$

З рівняння (1.1) та (1.2) змінні повинні визначатися однаковим чином. Це буде тоді, коли $c_P = \frac{c_m c_\omega}{c_\tau}$ або $\frac{c_P c_\tau}{c_m c_\omega} = 1$.

Представимо замість констант подібності їх значення і згрупувавши, отримаємо $\frac{P' \tau'}{m' \omega'} = \frac{P'' \tau''}{m'' \omega''}$; $\frac{P\tau}{m\omega} = idem$ – критерій подібності. Це безрозмірний комплекс, що характеризує це явище.

Щоб отримати критерій подібності, треба мати рівняння, що описують дане явище. Рівняння можливе у диференційній формі. Критерії з диференційних рівнянь будуть одні й самі.

$\frac{P\tau}{m\omega} = Ne$ – критерій Ньютона. Будь-які комбінації з критеріїв подібності будуть також критеріями подібності.

$$\tau = \frac{l}{\omega}; \quad \frac{P\tau}{m\omega^2} = Ne.$$

2. ОСНОВНІ КРИТЕРІЇ ТА ОСНОВИ АНАЛІЗУ РОЗМІРНОСТЕЙ

2.1. Передісторія розвитку методу

Будь-яке вивчення явищ природи починається із встановлення найпростіших досвідчених фактів, з урахуванням яких можна формулювати закони, управляючі досліджуванним явищем, і записати в вигляді деяких математичних співвідношенні. Постановка експериментів, результати яких представляються як сукупності чисел, може здійснюватися тільки основі попереднього теоретичного аналізу. У постановці дослідів важливо правильно вибрати безрозмірні параметри. Їхнє число має бути мінімальним, вони повинні відображати в найбільш зручній формі основні ефекти.

Можливість такого попереднього якісно-теоретичного аналізу та вибору системи визначальних безрозмірних параметрів дає теорія розмірності та подібності.

У загальному випадку аналіз розмірності – що інструмент, що використовується у фізиці, хімії, техніці та кількох напрямках економіки для побудови обґрунтованих гіпотез про взаємозв'язок різних параметрів складної системи.

Методи аналізу розмірностей застосовувалися фізиками на інтуїтивному рівні до XIX століття. Широку популярність вони отримали після робіт Релея (Джон Вільям Стретт британський фізик і механік, за відкриття аргону в 1904 р. разом з У. Рамзаєм отримав Нобелівську премію з фізики) у 90-х роках позаминулого століття.

Не слід переоцінювати можливостей цього. Результати, які можна отримати за допомогою аналізу розмірностей, обмежені і в багатьох випадках тривіальні. Однак за допомогою теорії розмірності можна отримати особливо цінні висновки при розгляді таких явищ, які залежать від великої кількості параметрів, але при цьому, що деякі з цих параметрів у відомих випадках стають несуттєвими [11].

2.2. Розмірність

Суть методу аналізу розмірностей у найпростішому випадку полягає в тому, що для пошуку вираження одного з параметрів досліджуваної системи через інші складається формула, що має потрібну розмірність. Часто саме вона і виявляється шуканим співвідношенням, з точністю до безрозмірного множника.

Для подальших міркувань слід запровадити поняття розмірних та безрозмірних величин, які можуть бути такими:

- величини, котрим одиниці виміру однакові в усіх прийнятих системах одиниць виміру, називаються безрозмірними;

- величини, котрим у дослідях чи теоретичних дослідженнях явно чи неявно допускаються різні одиниці виміру, називаються розмірними.

Як впливає з наведених варіантів визначень, ці поняття є відносними, деякі величини можна розглядати в одних випадках як розмірні, в інших як безрозмірні.

Різні фізичні величини пов'язані між собою певними співвідношеннями. Якщо деякі з них прийняти за основні і встановити для них якісь одиниці виміру, то одиниці виміру решти будуть певним чином виражатися через одиниці виміру

основних величин. Вираз похідної одиниці виміру через основні одиниці виміру називається розмірністю.

При вивченні механічних явищ достатньо ввести лише три незалежні одиниці виміру: для довжини (L), маси (M) та часу (T). Цими одиницями можна також і щодо теплових і навіть електричних явищ. Залежність одиниці виміру похідної величини від одиниць виміру основних величин може бути представлена у вигляді формули:

$$L^l M^m T^t$$

Ця формула називається формулою розмірності, і її можна як стисле визначення і характеристику фізичної природи похідної величини.

Таким чином, повертаючись до понять розмірних та безрозмірних величин, можна дати таке визначення, наприклад, безрозмірної величини – це фізична величина, у розмірність якої всі співмножники, що відповідають основним фізичним величинам даної системи фізичних величин, входять до ступеня, що дорівнює нулю.

2.3. Пі-теорема

Пі-теорема (π -теорема) є основною теоремою аналізу розмірностей. Таке найменування вона носить у російськомовній літературі з теорії розмірностей та моделювання. В англійській літературі теорему зазвичай пов'язують з ім'ям Бакінгема, а у франкомовній – з ім'ям Ваши.

Теорема стверджує, що якщо є залежність між n фізичними величинами, яка не змінює свого виду при зміні масштабів одиниць у деякому класі систем одиниць, то вона еквівалентна залежності між меншим числом $p = n - k$ безрозмірних величин, де k – найбільше незалежних (основних) розмірних величин серед n вихідних.

Прийнято вважати, що вперше пі-теорема була доведена Ж. Бертраном (французький математик, який працював у галузі теорії чисел, диференціальної геометрії, теорії ймовірностей та термодинаміки) у 1878 р. Він також вперше дає чітку вказівку на застосування пі-теореми для моделювання фізичних явищ. Методику застосування пі-теореми використовував у своїх працях Релей (1892 та 1894 рр.). Формальне узагальнення пі-теореми на випадок довільного числа величин було вперше сформульовано французьким математиком та фізиком А. Ваші у 1892 р., а пізніше і, мабуть, незалежно американським фізиком Бакінгемом у 1914 р.

Пі-теорема дозволяє встановити загальну структуру залежності, що впливає лише з вимоги інваріантності фізичної залежності при зміні масштабів одиниць, навіть якщо конкретний вид залежності між вихідними величинами невідомий.

Формулюється пі-теорема в таким чином. Припустимо, що є залежність між n фізичними величинами q_1, q_2, \dots, q_n :

$$f(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0,$$

вид якої не змінюється при зміні масштабів одиниць у вибраному класі систем одиниць (наприклад, якщо використовується клас LMT, то вид функції f не змінюється при переході від вимірювань у кілограмах, метрах і секундах до вимірювань у фунтах, дюймах та годинах).

Виберемо серед аргументів функції найбільшу сукупність величин із незалежними розмірностями $1, 2, \dots, k$, де k число цих величин.

Тоді вихідна залежність f еквівалентна залежності між $p=n-k$ безрозмірними величинами $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p$:

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p) = 0,$$

де π_p – безрозмірні комбінації, отримані з вихідних величин, що залишилися $q_{k+1}, q_{k+2}, \dots, q_n$ розподілом на обрані величини у відповідних ступенях:

$$\pi_1 = q_{k+1} / (q_1^\alpha, q_2^h, \dots, q_k^z),$$

$$\pi_p = q_n / (q_1^A, q_2^B, \dots, q_k^Z).$$

Часто використовується варіант пі-теорема для функціональної залежності однієї фізичної величини q від кількох інших q_1, q_2, \dots, q_n :

$$q = f(q_1, q_2, \dots, q_n).$$

У цьому випадку пі-теорема стверджує, що залежність еквівалентна зв'язку

$$\pi = F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p)$$

де

$$\pi = q / (q_1^\alpha, q_2^\beta, \dots, q_k^\omega)$$

а π_i визначаються так само, як і вище.

2.4. Застосування пі-теорема. Критерії подібності

Пі-теорема застосовується для фізичного моделювання різних явищ в аеродинаміці, гідродинаміки, теорії пружності, теорії коливань.

Моделювання засноване на тому, що якщо для двох процесів (модельного і натурального) безрозмірні аргументи в залежності

$$\pi = F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p)$$

збігаються, що може бути здійснено за рахунок спеціального вибору параметрів «модельного» об'єкта, і безрозмірні значення функції π також збігаються. Що дозволяє перераховувати розмірні експериментні значення параметрів від модельного об'єкта до натурального, навіть якщо вид функції F невідомий.

Безрозмірні аргументи у наведеній залежності називають критеріями подібності. Рівність всіх однотипних критеріїв подібності для двох фізичних явищ та систем – необхідна та достатня умова їхньої фізичної подібності.

Якщо збіги всіх критеріїв подібності для «модельного» і «натурального» об'єктів досягти неможливо, то часто вдаються до наближеного моделювання, коли досягається подібність лише за критеріями, що відображають вплив найбільш істотних факторів, тоді як вплив другорядних факторів враховуючи приблизно на основі додаткових міркувань. наступних із аналізу розмірностей).

До найвідоміших критеріїв подібності можна віднести такі:

- у теоретичній механіці число Ньютона (критерій подібності механічного руху) $Ne = F \cdot t^2 / m \cdot l$;
- теоретично пружності коефіцієнт Пуассона;
- у гідро- та газодинаміці – числа Рейнольдса, Маха, Фруда;
- у процесах теплопередачі – числа Прандтля, Нуссельта, Пекле та інших.

Для довідки більш повний перелік критеріїв подібності наведено у таблиці 1 Додатку.

3. МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

3.1. Критерії гідродинамічної подібності

У гідравліці велике значення надається експерименту та його поєднанню з математичним аналізом. Причому у експериментальних дослідженнях широке застосування отримав метод моделювання, у якому досліджується не сам потік, машина чи споруда, які матеріальні моделі, виконані, зазвичай, у зменшеному масштабі. При цьому процес створення моделі має бути науково обґрунтованим, що забезпечується теорією **гідродинамічної подібності**, яка задає правила моделювання та дозволяє поширити результати обмеженої кількості експериментів на групу подібних явищ.

Загальна теорія подібності визначальна: геометричні, механічні, гідродинамічні, теплодифузійні та кінетичні критерії подібності базується на трьох основних положеннях теореми Кірпічова-Гухмана:

1. Подібні процеси повинні мати однакову фізичну природу.
2. У моделі та об'єкті моделювання (зразок) має виконуватись подібність умов однозначності, а саме: геометрична подібність, кінематична подібність (подібність швидкостей), динамічна (подібність сил), теплова подібність (подібність температурних полів та теплових потоків).
3. У моделі та об'єкті моделювання (зразку) визначальні критерії мають бути рівними. У цьому випадку рівні та визначені критерії.

Критерій – це безрозмірний комплекс, який *характеризує* ставлення фізичних ефектів, але з цим ставленням. Іншими словами, критерій є *мірою* відношення фізичних ефектів. Визначені критерії також називають **числами подібності**.

Гідродинамічні критерії подібності характеризують особливості течії рідини чи газу, і навіть умови обтікання тіл зовнішнім потоком.

Основні критерії **гідродинамічної подібності**, що описують досліджуваний процес, можна отримати двома методами:

- методом аналізу розмірностей (алгебраїчний метод Релея), застосовуючи П-теорему, коли аналізований фізичний процес *apriori* невідомий;
- методом аналізу диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь Нав'є – Стокса, записаних як (3.1), помножуючи кожен член рівняння на відповідну константу подібності.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{dv_y}{dt} &= \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{dv_z}{dt} &= \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

Оскільки два подібні явища різняться між собою лише постійними множниками для кожної однойменної величини (константами подібності), можна перейти від рівнянь справедливих для натурального потоку, до рівнянь, що належать до модельного потоку.

Для оцінки подібності гідродинамічних процесів можна застосувати критерій Ньютона. При цьому як чинна на систему сили F необхідно розглядати силу тертя, силу тиску, силу тяжкості, силу опору середовища і т.п.

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{w_H l_H}{\nu_H} = \frac{w_M l_M}{\nu_M}, \quad (3.2);$$

Критерій (число) Рейнольдса визначає співвідношення між силами інерції та силами тертя (в'язкості) у потоці. Число Рейнольдса є одним із 33 найважливіших гідродинамічних критеріїв подібності. Зокрема, воно характеризує умови ламінарно-турбулентного переходу режиму течії при досягненні деякого критичного значення Рейнольдса.

Число Фруда

$$Fr = \frac{w_H^2}{g_H \cdot l_H} = \frac{w_M^2}{g_M \cdot l_M}; \quad (3.3);$$

Число Фруда характеризує подібність процесів, що йдуть при дії сили тяжіння і висловлює співвідношення сил тяжкості та інерції.

Число Ейлера

$$Eu = \frac{\Delta p_H}{\rho_H \cdot w_H^2} = \frac{\Delta p_M}{\rho_M \cdot w_M^2}, \quad (3.4);$$

Число Ейлера характеризує співвідношення сил тиску та сил інерції у подібних потоках.

Число Бонда

$$Bo = \frac{a_H \cdot l_H^2}{\beta_H} = \frac{a_M \cdot l_M^2}{\beta_M}, \quad (3.5);$$

Число Бонда характеризує співвідношення між масовими та капілярними силами.

Число Вебера

$$We = \frac{\rho_H \cdot l_H \cdot w_H^2}{\sigma_H} = \frac{\rho_M \cdot l_M \cdot w_M^2}{\sigma_M}; \quad (3.6);$$

Число Вебера характеризує співвідношення між силою інерції рідини та капілярними силами.

Число гомохронності (Струхаля)

$$Ho = \frac{a_H \tau_H^2}{l_H} = \frac{a_M \tau_M^2}{l_M}, \quad (3.7);$$

де w – Характерна швидкість руху;

a – прискорення;

l – характерний розмір ємності;

ν – кінематична в'язкість рідини;

β – кінематичний коефіцієнт поверхневого натягу ($\beta = \frac{\sigma}{\rho}$);

ρ – щільність;

σ – поверхневий натяг;

τ – час;

Δp – перепад тиску.

При описі нестационарного руху рідини використовується число Струхалія, що характеризує співвідношення між темпом зміни зовнішніх факторів впливу і руху рідини.

Крім перерахованих вище критеріїв подібності використовуються числа: **Маха, Кнудсена, Стокса.**

Будь-яка нова комбінація з критеріїв подібності також є критерієм подібності, що дає можливість у кожному конкретному випадку вибрати найбільш зручні та характерні критерії при фізичному, аналоговому та чисельному моделюванні.

Однак при проведенні того чи іншого виду моделювання повністю дотримуватись умов гідродинамічної подібності, що вимагають рівності всіх сил, практично не вдається. З цієї причини, подібність встановлюють з будь-якої з сил, яка в даному випадку переважає.

Так при досвідчених дослідженнях кавітаційних потоків як визначальний критерій прийнято число Ейлера, яке тут записується у вигляді:

$$K = 2 \frac{p - p_n}{\rho V^2} \quad (3.8)$$

де p – гідростатичний тиск потоку, що набігає;

p_n – тиск насиченої пари;

ρ – густина рідини;

V^2 – швидкість рідини достатньому віддаленні від тіла.

Цей параметр називають **числом кавітації**. Число кавітації представляє собою відношення тиску, під дією якого відбувається схлопування каверни, до тиску, під дією якого каверна виникає і зростає.

Воно служить одним з критеріїв подібності при моделюванні гідродинамічних течій. Збільшення швидкості потоку після початку кавітації викликає швидке зростання числа кавітаційних бульбашок, після чого відбувається їх об'єднання в загальну *кавітаційну каверну*, потім течія переходить в струменеву. При цьому течія зберігає нестационарний характер лише в області замикання каверни. Особливо швидко струменеві течія зорганізується у разі погано обтічних тіл.

Впливання такої *кавітаційної каверни* визначатиметься **числом Фруда**.

Залежно від величини K_a можна розрізняти чотири види потоків:

- 1) докавітаційний суцільний (однофазний) потік при $K_a > 1$,
- 2) кавітаційний (двофазний) потік при $K_a \sim 1$,
- 3) плівковий із стійким відділенням кавітаційної порожнини від решти суцільного потоку (плівкова кавітація) при $K_a < 1$,
- 4) суперкавітаційний при $K_a < 1$.

Слід зазначити, що K_a не єдиний критерій, визначальний вид руху. Тому зазначена класифікація потоків певною мірою умовна. На структуру кавітаційного потоку впливають як інші критерії подібності, а й фізико-хімічні властивості рідин.

Значення K різних стадіях кавітації залежать головним чином форми тіла, обтічного рідиною. Обтічним тілом, може бути, як стінка каналу, яким рухається потік, наприклад горло трубки Вентурі, так і тіло, яке дійсно обтікається потоком, наприклад гідрокрило, лопата гребного гвинта корабля або лопатка турбонасоса ракетного двигуна. При течії з кавітацією (включаючи виникнення кавітації), число кавітації є визначальним критерієм подібності. Тоді як вплив критеріїв *Рейнольдса*, *Фруда*, *Вебера* і т. д. враховується лише приблизно – це називається частковою подібністю.

При проведенні модельних експериментів і математичному моделюванні гідродинамічних параметрів течії рідини у витратних магістралях різної конфігурації, клапанах, жиклерах та ін. елементах ПГС важливим фактором є визначення режиму руху рідини.

Існує два режими руху рідини: ламінарний та турбулентний. Характер режиму руху рідини залежить від співвідношення діючих у них сил. Якщо при русі рідини переважають сили в'язкості, то ламінарний режим, якщо переважають сили інерції, то спостерігається турбулентний режим руху потоку.

Перехід від ламінарного типу руху рідини до турбулентного відбувається при певній критичній швидкості, значення якої прямо пропорційно кінематичної ν в'язкості і назад пропорційно діаметру трубки струму d :

$$v_{кр} = Re_{кр} \nu / d. \quad (3.9)$$

Найчастіше цей вираз записують через $Re_{кр}$ – безрозмірне число *Рейнольдса*:

$$Re_{кр} = d v_{кр} / \nu \quad (3.10)$$

Число *Рейнольдса*, при якому ламінарний режим руху рідини переходить у турбулентний, називають критичним і позначають $Re_{кр}$. Досвідами встановлено, що перехід з ламінарного режиму турбулентний відбувається при $Re_{кр} = 2320$. Отже, рух у трубах при $Re < 2320$ буде ламінарним, а при $Re > 2320$ - турбулентним.

При безнапірному русі рідини та для труб некруглого поперечного перерізу число Рейнольдса визначають через гідравлічний радіус за формулою:

$$Re = \nu R / \nu, \quad (3.11)$$

де $R = d/4$, тобто. критичне число *Рейнольдса* буде в 4 рази менше, ніж під час руху в трубах. Отже, при безнапірному русі рідини при $Re_{кр} < 580$ матиме місце ламінарний режим, а при $Re_{кр} > 580$ - турбулентний.

Перехід ламінарного руху в турбулентне відбувається в зоні перехідного режиму обмеженою двома значеннями швидкості – нижньою та верхньою критичними швидкостями течії.

Для забезпечення виведення космічних апаратів на орбіти з необхідними параметрами траєкторії та з необхідною точністю розробляються космічні та апогейні ступені з багаторазовим запуском рухової установки в космосі. Забезпечення повторного включення рухової установки в умовах практичної невагомості, реалізується поруч конструктивних заходів, що включають інерційні і капілярні засоби забезпечення суцільності компонентів палива. Дані заходи

покликані гарантувати наявність палива на вході в двигун при його включенні і роботі. При польоті ступеня на баки впливають різні зовнішні фактори викликані, як «внутрішніми» (роботою маршового двигуна, двигунів малої тяги на осадження або на програмний розворот, відділенням космічного апарату та ін.) так і «зовнішніми» причинами (тиском сонячного) вітру, геомагнетизмом, тепловим впливом та ін.). Похідними цих факторів є такі сили як прискорення (лінійне та кутове) і відповідно викликані цим коливання рідкого наповнення баків, зміни температури та тиску в баках (статичного та динамічного) та ін.

Моделювання гідродинамічних процесів, викликаних вищезгаданими впливами, надзвичайно складно і не може бути повною мірою описано математичними методами і вимагає підтвердження результатів експерименту. Однак відмінності в умовах космічного польоту та відтворення цих умов при земному тяжінні (наявності або відсутності фактора прискорення вільного падіння) викликає ряд питань вирішуваних забезпеченням рівності безрозмірних комплексів, що характеризують модельні та натурні параметри.

Як такі безрозмірні комплекси використовуються критерії гідродинамічної подібності, числа: *Bo*, *We*, *Re*, *Eu*, *Fr* і *Ho*.

3.2. Приклади гідродинамічного моделювання

При фізичному моделюванні в першу чергу вибирається модельна рідина, що відповідає за своїми характеристиками (кінематичної в'язкості, поверхневого натягу і щільності) вимогам до рівності відповідних критеріїв на натурному виробі та в моделі.

Як правило, з ряду можливих модельних рідин (спирт етиловий, водноспиртові розчини 40% і 60%, ефір етиловий, вода дистильована, хладон 113, ізооктан і пентан технічні, ізопентан, бензин і гас) допускається використовувати тільки бензин, гас (в малих обсягах - до 30 дм³) і воду дистильовану (допускається використовувати при дослідницьких випробуваннях і на етапі налагодження). Інші модельні рідини або отруйні, або швидко випаровуються і вибухонебезпечні.

Найчастіше для експериментального підтвердження математичного моделювання застосовуються стенди невагомості. Стенд невагомості є вертикальною шахтою висотою до 150 м (забезпечує до 5 з часу вільного падіння) з гальмівним пристроєм і пристроєм підйому випробуваного об'єкта на необхідну висоту. Стенди, що є у ДП КБЮ, забезпечують час вільного падіння до 2,85 с.

Альтернативу стендам невагомості представляє використання літака-лабораторії (забезпечує до 40 з невагомості), балістичних ракет (забезпечує до 9 хв вільного падіння), кораблів для орбітального польоту та ін. Найточніші, тривалі та близькі до натурних модельні умови.

Ряд обмежень у виборі параметрів, зумовлений габаритними і висотними характеристиками стендів, що є в ДП КБЮ, змушує при виборі цих параметрів застосовувати ряд припущень і неточностей, які при обробці результатів випробувань повинні, проте, гарантувати нормальне функціонування випробуваного вузла в натурних умовах.

До таких припущень відносяться, зокрема: дотримання всіх критеріїв подібності при моделюванні, відпрацювання впливу керуючих органів на поведінку палива, неможливість моделювання геометричних розмірів осередків сітчастих фазорозділювачів і стільникових накопичувачів, труднощі експериментального підтвердження моделювання прискорення великої величини та ін.

а) У кожному даному випадку поставлене завдання може мати інше рішення, виходячи з умов роботи натурного виробу.

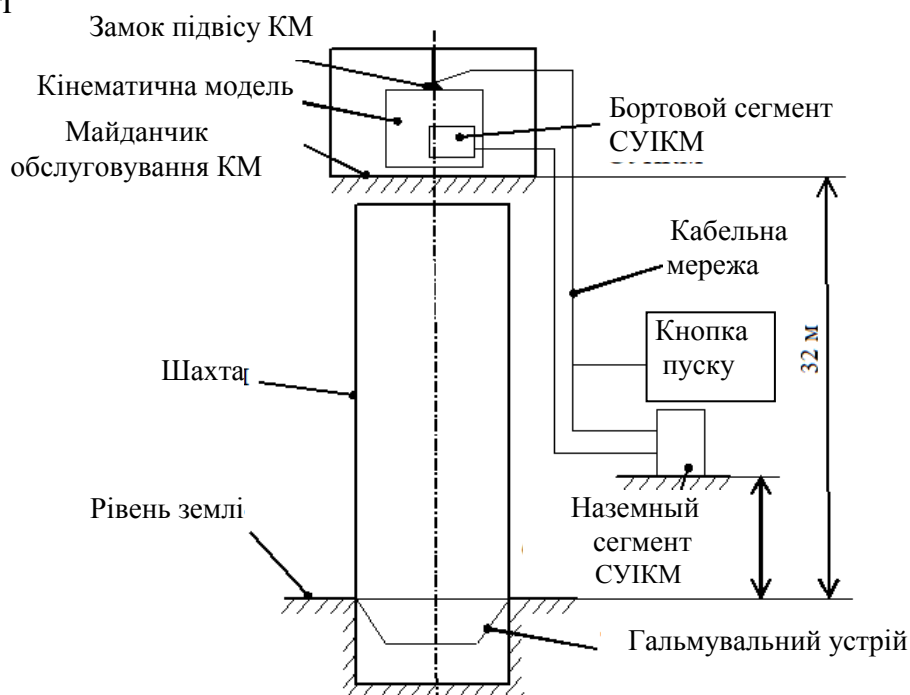
Комплекс випробувань, що визначає функціональні можливості засобів забезпечення суцільності (СОС) та підтверджує прийняті технічні рішення включає:

- підтвердження стійкості СОС до зовнішніх факторів, що обурюють, і забезпечення наявності компонентів палива (КТ) у забірному пристрою;
- мінімізація залишків компонентів;
- забезпечення необхідних параметрів живлення маршового двигуна (МД) та двигунів малої тяги (ДМТ).

Роботи з підтвердження стійкості СОС до зовнішніх факторів, що впливають, мінімізації залишків і забезпечення необхідних параметрів живлення МД і ДМТ здійснюється поруч випробувань. До цих випробувань відносяться:

1) *підтвердження працездатності капілярного забірною пристрою (КЗУ) при програмному розвороті;*

При даних випробуваннях імітується прискорення, що впливають на КЗУ (позитивне поздовжнє, бічне і кутове). Визначальними критеріями при виборі модельних параметрів (масштабу модельних ємностей, величини та часу впливу тощо) в даному випадку є число **Вебера**, число **Рейнольдса**, число **Фруда** і число гомохронності

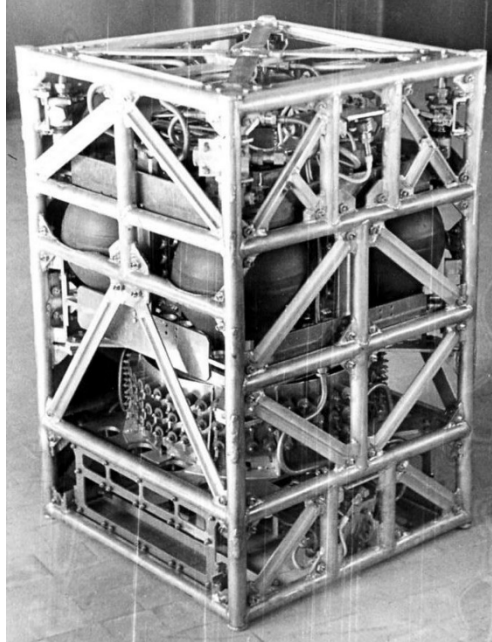


Малюнок 3.1. Схема стенду невагомості

У процесі випробувань кінематична модель (КМ) піднімається на необхідну висоту та скидається. У процесі польоту модельної ємності, встановленої в КМ

реалізуються умови невагомості. Імітація прискорень здійснюється газореактивною системою (ГРС) КМ у процесі її падіння на стенді невагомості. Даний стенд невагомості (малюнок 3.1) забезпечує час вільного падіння до 2,55 с та можливість впливу прискорень на кінематичну модель у будь-якому напрямку. Як гальмівний пристрій використовується батут.

КМ (малюнок 3.2) являє собою металеву раму з встановленою в ній модельною ємністю, ГРС, системою управління та вимірювання (СУІ).



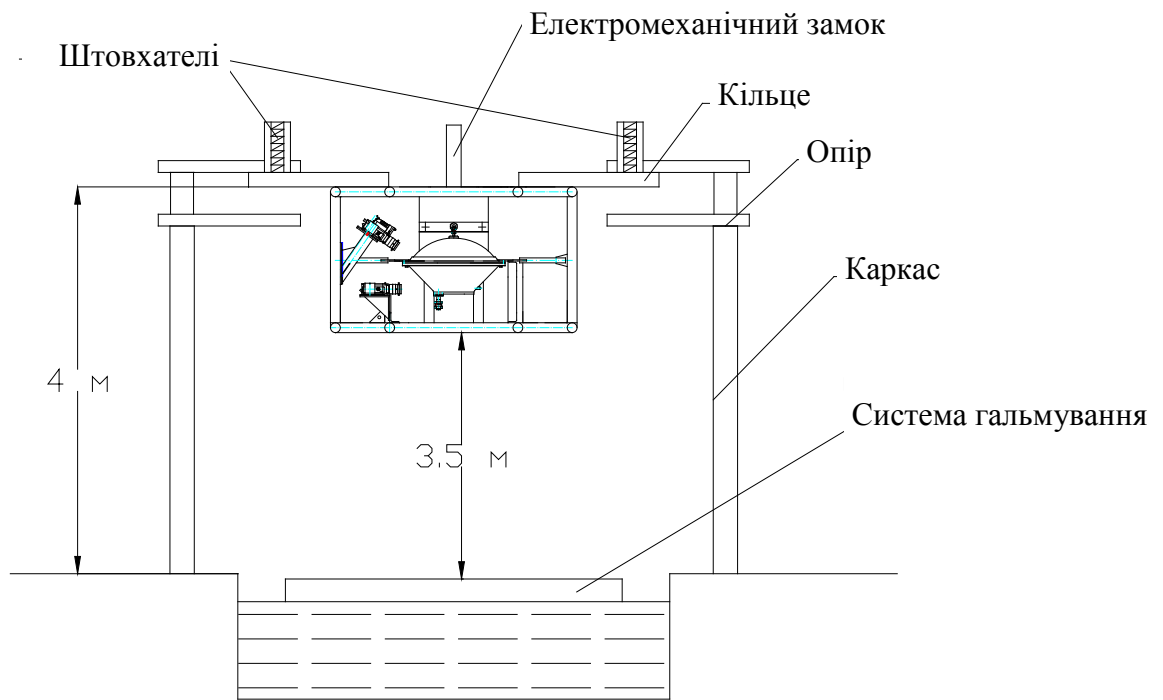
Малюнок 3.2. КМ для відпрацювання програмного розвороту

За результатами даних випробувань визначається працездатність КЗУ у частині утримання КТ при впливі прискорення роботи ДТ при програмному розвороті щаблі.

2) *підтвердження утримання окислювача у ЗУ при відділенні космічного апарату (КА);*

При даних випробуваннях імітується що впливають на КЗУ негативне поздовжнє прискорення, спрямоване в протилежну від ЗП сторону. Визначальними критеріями під час виборів модельних параметрів у разі є: число **Бонда**, число **Рейнольдса** і число **гомохронності**.

б) Складність даних випробувань полягає в тому що потрібно реалізувати прискорення великої величини (до 50 м/с^2) але з малим часом дії. Для створення такого прискорення ГРС потрібна тяга до 1000 кгс, що вимагає витрати газу до 25 кг/с. Клапани та балони кінематичних моделей не здатні забезпечити подібну витрату. У цьому випадку доцільне використання для створення необхідного прискорення інших способів, наприклад, стенда з пружинними штовхачами (малюнок 3.3). Зв'язування з чотирьох штовхачів здатне створювати прискорення до 80 м/с^2 з часом дії до 0,2 с. Натурне прискорення моделюється за допомогою підбору штовхачів та обмеженням часу їх впливу для збереження модельного імпульсу. Час дії прискорення забезпечують механічним обмеженням ходу штовхача.



Малюнок 3.3. Схема стенду невагомості з використанням штовхачів

За результатами даних випробувань визначається працездатність КЗУ у частині утримання КТ при дії зворотного поздовжнього прискорення від поділу щаблі та КА.

3) *відпрацювання осадження компонентів палива під час роботи ДМТ СОС та підходу компонентів палива до КЗУ;*

При даних випробуваннях імітується позитивне поздовжнє прискорення, що впливає на баки, викликане роботою ДМТ СОС, і підтверджується час переміщення рідини від верхнього днища до КЗУ. Визначальними критеріями під час виборів модельних параметрів у разі є: число **Фруда** і число **гомохронності**.

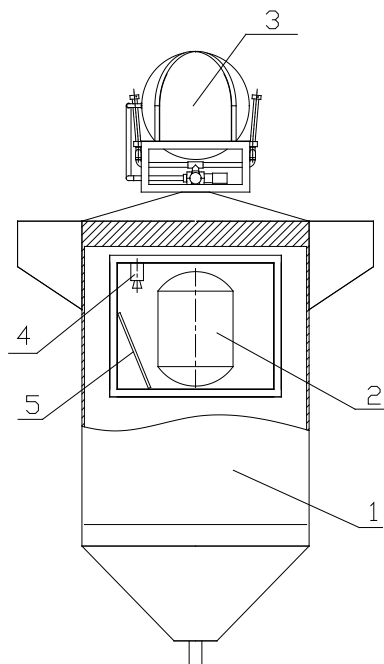
Умови невагомості, як і першому вигляді випробувань, реалізуються скиданням КМ. Імітація прискорень здійснюється газореактивною системою (ГРС) кінематичної моделі (КМ) за її падіння на стенді невагомості. Стенд невагомості забезпечує час вільного падіння до 2,85 с та можливість впливу прискорень на кінематичну модель тільки в поздовжньому напрямку. Гальмування здійснюється гальмівним пристроєм, що включає гальмівний штир і яму з барботированим піском.

КМ (малюнок 3.4) є капсулою невагомості з встановленою на ній модельною ємністю, ГРС, системою управління та вимірювання (СУІ).

За результатами даних випробувань визначається характер переміщення КТ від верхнього днища до КЗП та підтверджується час його переміщення КТ.

4) *відпрацювання з підтвердження залишків окислювача та пального у статичних та динамічних умовах.*

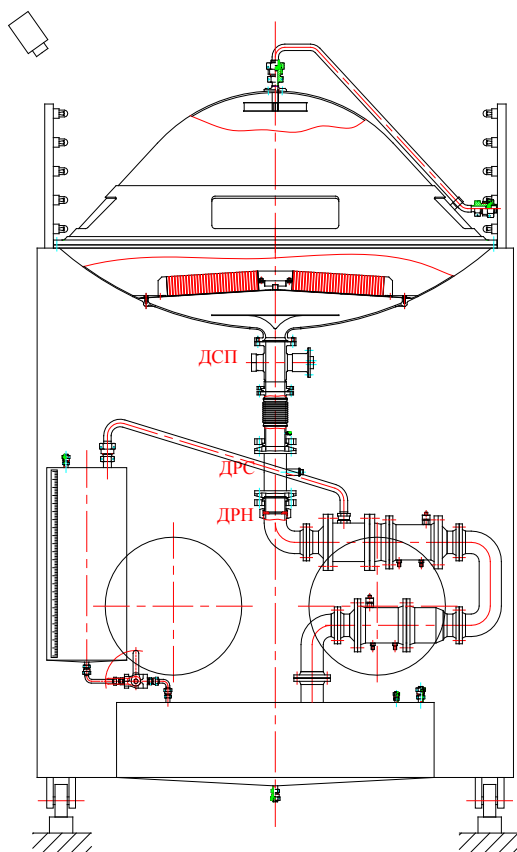
При даних випробуваннях імітується витрата компонента палива за впливом на баки поздовжнього та бічного прискорення від роботи МД. Визначальними критеріями під час виборів модельних параметрів у разі є: число **Фруда**, число **Рейнольдса** і число **гомохронності**.



1 – капсула невагомості; 2 – модельна ємність; 3 – ГРС; 4 – відеокамера; 5 – дзеркало.

Малюнок 3.4. КМ для відпрацювання осадження КТ

Імітація поздовжнього прискорення здійснюється силою земного тяжіння, а бічного газореактивною системою (ГРС) кінематичної моделі (КМ) при її переміщенні по напрямних стелю. Випробування статички проводяться на проливному стелю, а динаміки на динамічному стелю з використанням кінематичної моделі.



Малюнок 3.5. КМ для відпрацювання залишків КТ

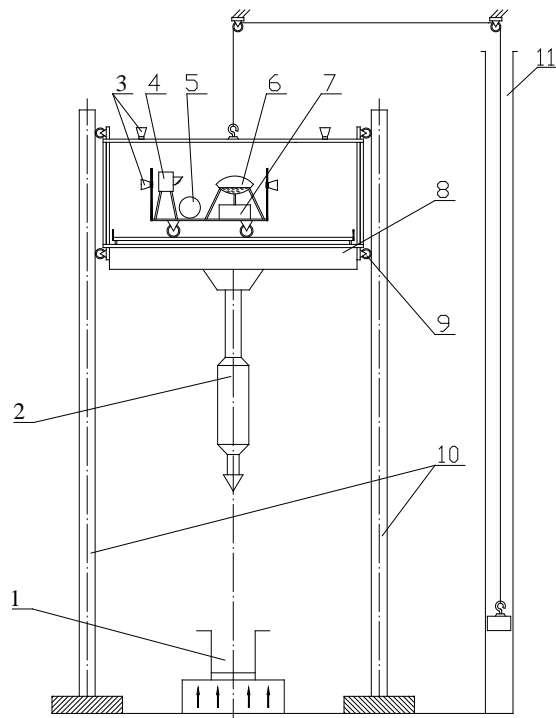
КМ (малюнок 3.5) є металевою рамою з встановленою в ній модельною ємністю і магістраллю подачі КТ в МД, ГРС, системою управління та вимірювання (СУІ).

За результатами цих випробувань визначається обсяг залишків компонентів палива.

5) *відпрацювання за підтвердженням працездатності КЗУ баків окислювача та пального при включенні з малим запасом палива.*

При даних випробуваннях імітується витрата компонента палива при впливі на баки поздовжнього та бічного прискорення від роботи МД, при запасі компонентів палива на 5 з МД. Визначальними критеріями під час виборів модельних параметрів у разі є: число *Фруда*, число *Рейнольдса* і число *гомохронності*.

Дані випробування проводяться на стенді невагомості, здатному реалізувати ступінчастий характер зміни прискорення з паралельним впливом бічних прискорень. Схема подібного стенду наведена на малюнку 3.6.

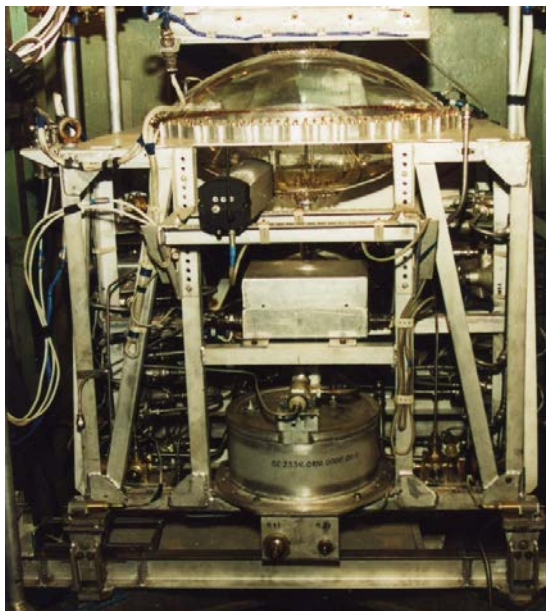


- 1 - гальмівний пристрій; 2 - гальмівний штир; 3 - сопла ГРС; 4 - відеокамера;
5 - балон із газом; 6 - модельна ємність; 7 - зливна ємність; 8 - платформа;
9 - ролики платформи; 10 - напрямні стенду; 11 - пневмоциліндр

Малюнок 3.6. Схема стенду невагомості

Умови невагомості, як і першому вигляді випробувань, реалізуються скиданням КМ. Імітація ступінчастого поздовжнього прискорення здійснюється роботою ГРС у невагомості з подальшим гальмуванням та переходом до впливу сили земного тяжіння, а бічного газореактивної системи (ГРС) кінематичної моделі (КМ) при її переміщенні по напрямних стенду.

КМ (малюнок 3.7) є платформою з встановленою на ній металевою рамою, у свою чергу на рамі встановлені модельна ємність, зливна магістраль, ГРС та системою управління та вимірювання (СУІ).



Малюнок 3.7. КМ для відпрацювання залишків компонентів палива у невагомості

За результатами даних випробувань визначається мінімальний залишок компонентів палива, у якому відбувається прорив газу магістраль МД.

В цілому застосування теорією *гідродинамічної подібності* при проектуванні та експериментальному відпрацюванні ЗУ і СОС дозволяє успішно вирішити комплекс технічних завдань і забезпечує можливість відпрацювання практично всіх гідродинамічних процесів, що виникають у баках ракет-носіїв в умовах невагомості, на існуючій стендовій базі ДП «КБ «Південне» у земних умовах.

Гідродинамічне моделювання знайшло широке і ефективне застосування при розробці забірних пристроїв і видаткових магістралей паливних баків, а також при вивченні процесів поведінки і перемішування рідини в умовах невагомості.

3.3. Оцінка параметрів каверни в рідині при впливі газового струменя

У техніці [1,2] одним з важливих питань є організація взаємодії газових струменів з поверхнею рідини. Це завдання зустрічається в суднобудуванні (апарати на повітряній подушці), металургії (при вдві в розплав газоподібного кисню), хімічній технології та авіаракетобудуванні. Особливо це питання актуальне при організації внутрішньосторонніх процесів під час роботи СН паливних баків. Зокрема, при забезпеченні працездатності верхніх космічних щаблів, коли в умовах невагомості або малих перевантажень неприпустиме попадання газових включень у двигун або ЗП. При цьому доцільно, щоб енергія газу наддуву йшла на створення тиску в баку, а не розчинення газу в рідині, без інтенсивного бризкоутворення.

Досліди показали [2], що при малих швидкісних напорах потоку струменя і великих відстанях зрізу розпилювача (або газовводу) від поверхні рідини виникає гладка полога западина (каверна), оточена невеликим кільцевим піднесенням. Зі збільшенням швидкісного напору струменя (за інших рівних умов) глибина каверни зростає, але в поверхні виникає система розбіжних

кільцевих хвиль. Потім на дні каверни утворюється піна, а з її країв вилітають бризки і сама каверна постійно пульсує.

Характерно [2], що при малих дозвукових швидкостях натікання осесиметричний струмінь перетворюється на поверхні розділу газ-рідина у віялову. При збільшенні швидкості утворюється прогин поверхні на глибину y і з'являються радіальні хвилі, амплітуда яких зростає в міру збільшення швидкості. Ежектуючий вплив віялового струменя при виході з лунки призводить до втрати стійкості поверхні розділу і розбризкуванню, яке при співвідношенні $y \approx 0,2D_n$ (D_n – діаметр «плями», проекції струменя на поверхні розділу) настільки інтенсивніше, що його необхідно враховувати в механізмі тепло з рідиною.

В даний час проведені експериментальні дослідження фізичної картини освіти каверни та розроблений ряд методик щодо визначення її розмірів [1,2, 10]. Усі вони носять емпіричний характер і справедливі на вирішення, приватних завдань. Найбільш зручною для практичного застосування є методика, заснована на теорії подібності та розмірності [10].

З урахуванням чудових властивостей по автомодельності турбулентних струменів (зокрема, їх швидкісного і температурного профілів) як моделюючий критерій, що визначає прогин поверхні рідини, в цій методиці прийнятий секундний імпульс струменя (як похідний від швидкісного напору $\frac{\gamma W_o^2}{2g}$), рівний

$$I = \frac{\pi d_o^2}{4} \cdot \gamma W_o^2. \quad \text{Суть методики зводиться до такого.}$$

Глибина каверни у рідини визначається за формулою

$$y = y^o \left(\xi \operatorname{tg} \varphi + \frac{d_o}{2} \right), \quad (3.15)$$

а її залежність від безрозмірного імпульсу газового струменя $y^o = f(I^o)$ у вигляді графіка отримана за експериментальними даними [64], наведеними на малюнку 3.1.

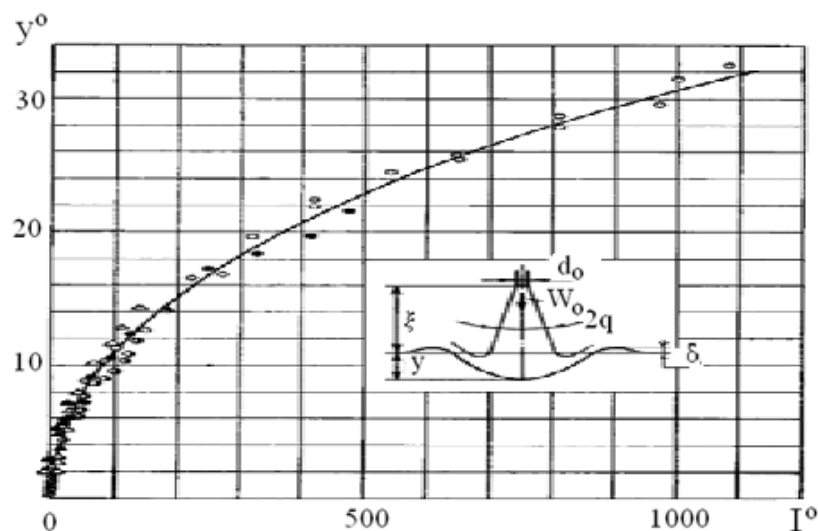
Ці експериментальні дані отримані при закінченні повітряного струменя у воду при

$d_o = 3; 6; 10; 12; 25; 50$ і 100 мм; $\frac{\xi}{d_o} = 2; 10; 30$ і $W_o = 12; 25; 40; 74; 87; 125$ м/с, де

глибина каверни досягла $y = 5 \dots 50$ мм. При цьому безрозмірний імпульс оброблений у такому вигляді

$$I^o = \frac{I}{\left(\xi \operatorname{tg} \varphi + \frac{d_o}{2} \right)^3} = \frac{\frac{\pi d_o^2}{4} \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot W_o^2}{\gamma_{жс} d_o^3 \left(\frac{\xi}{d_o} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{2} \right)^3} = \frac{0,785 \frac{P}{RT} W_o^2}{g \gamma_{жс} d_o \left(\frac{\xi}{d_o} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{2} \right)^3}, \quad (3.16)$$

де y^o – безрозмірна глибина каверни; I^o – безрозмірний імпульс струменя; ξ – відстань газового струменя до дзеркала рідини; φ – кут нахилу межі струменя до вертикалі ($\operatorname{tg} \varphi = 0,224$); d_o - еквівалентний діаметр вихідного перерізу газова; W_o – швидкість витікання газу; $\gamma_{жс}$, γ – питома вага рідини та газу відповідно.



Малюнок 3.8. Залежність безрозмірної глибини каверни від безрозмірного імпульсу газового струменя

Якщо в першому наближенні, що каверна має форму циліндра, її об'єм

$$V = \pi r^2 y = \pi \left(\frac{d_0}{2} + \xi \operatorname{tg} \varphi \right)^2 y = \pi \left(\frac{d_0}{2} + 0,224 \xi \right)^2 y .$$

Оцінка «спухання» рідини проводилася у припущенні:

- обсяг каверни відповідає обсягу «розпухлої рідини»;
- газ практично не розчиняється в обсязі рідини;
- геометрично «розпухлий» об'єм рідини є полутор радіусом δ , розташований по периферії каверни.

Виходячи з цього, висота «спухання» рідкого компонента визначається з кубічного рівняння, що спочатку має вигляд

$$\pi \delta^2 \cdot \pi (d + 2\delta) = V ,$$

перетвореного таким чином:

$$\delta^3 + \frac{d}{2} \delta^2 - \frac{V}{\pi^2} = 0 . \quad (3.17)$$

Вирішення даного рівняння по одному з математичних методів (Нью-Тона, Вієта-Кардано та ін) [10] дозволяє визначити висоту «спухання» рідини для прийнятої фізичної моделі.

Слід зазначити, що питання бризкоутворення та впливу його на роботу різних пристроїв на більш детальному рівні не вивчалось експериментально. Проте на ряді виробів, в яких реалізовані високі швидкості введення газу наддуву в бак (в т. ч. РН «Зеніт»), у зв'язку з цим фізичним явищем не спостерігалися будь-які відхилення у їхній роботі. Як приклад нижче в табл. 3.1 наведено результати розрахунків каверни для однієї з холодних гелієвих систем наддува бака з гасом для різних режимів її роботи.

Як впливає з табл. 3.1, з підвищенням швидкості газового струменя, що впроваджується в рідину, пропорційно збільшуються втрати її енергії на утворення каверни. Це, природно, необхідно враховувати для розрахунку параметрів СН паливних баків РН.

Таблиця 3.1

Параметри каверни в рідині при взаємодії зі струменем газу наддуву

Параметр, розмірність	Значення			
	Номер режиму роботи			
	1	2	3	4
Швидкість витікання гелію, м/з (при витраті, г/с)	104 (90)	94 (103)	32 (100)	166 (350)
Відстань між зрізом газо-ввода і дзеркалом рідини, см	7,5	7,5	7,5	7,5
Об'єм каверни, дм ³	0,75	1,2	0,3	2,6
Глибина проникнення газового струменя в компонент, см	17,5	27,4	6	25
Висота "спухаючої" рідини, мм	36,4	43	24	58

4. МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ.

4.1. Загальні положення

Основним інструментом пізнання процесів та явищ навколишнього світу є моделювання, тобто. складання моделей. Моделлю називається імітація досліджуваного об'єкта чи явища за деякою сукупності його властивостей – уявна чи матеріально реалізована система, що заміщає досліджуваний об'єкт. У цей час найбільш ефективним методом вирішення практичних завдань у різних областях є побудова та аналіз математичних моделей, тобто сукупності рівнянь або нерівностей, що відображають суттєві властивості та особливості взаємодії об'єкта пізнання з навколишнім середовищем на просторово-часових межах області його локалізації.

Процес вирішення будь-якої практичної задачі починається з формалізації (власне побудови математичної моделі). У зв'язку з розвитком інформаційних технологій реалізація математичних моделей та подальша інтерпретація результатів проводиться в основному комп'ютерними засобами, тому найважливішим етапом стає саме формулювання математичних моделей.

Головними властивостями математичної моделі є її адекватність та простота. Адекватність моделі полягає в її коректності та достовірності. Під коректністю розуміється несуперечність системи понять, покладених в основу моделі, точність та повнота формулювань. Достовірність моделювання відображає рівень відповідності результатів реалізації моделі та реальної поведінки об'єкта, що моделюється. Простота моделі служить запорукою можливості проведення аналізу та виконання головного завдання моделювання – прогнозу поведінки об'єкта на певній кількості його характеристичних параметрів. Слід зазначити, що реалізація моделі у формі аналітичних залежностей видається кращою за підсумки чисельного рішення в силу більшої інформативності та зручності подальшого застосування.

4.2. Основи теорії подібності процесів конвективного теплообміну

Основою інженерних методів моделювання конвективного теплообміну є експериментальне дослідження цих процесів. При цьому для розрахунку температурних полів та теплових потоків застосовують методи аналогій, теорію планування експерименту та методи теорії подібності.

При розрахунку та проектуванні теплообмінних пристроїв, як правило, потрібно розрахувати тепловий потік при конвективній тепловіддачі від флюїду до стінки або, навпаки, від стінки до флюїду за формулою Ньютона

$$Q = \alpha \cdot \Delta T \cdot F \text{ или } q = \alpha \cdot \Delta T,$$

де $\Delta T = |T_w - T_f|$ – модуль різниці температур між стінкою та флюїдом, °С(К);

T_w – температура поверхні теплообміну (стінки), °С (К);

T_f – температура текучого середовища далеко від стінки, °С (К);

Q – тепловий потік, Вт;

q – поверхнева густина теплового потоку, Вт/м²;

F – площа поверхні теплообміну (площа поверхні стінки), м²;

α – середній коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м² К).

При заданих геометричних розмірах системи теплообміну, температурах стінки та текучого середовища завдання розрахунку теплового потоку зводиться до визначення коефіцієнта тепловіддачі α . Зауважимо, що коефіцієнт тепловіддачі, α чи не має фізичного сенсу і виступає ролі коефіцієнта пропорційності у законі тепловіддачі Ньютона.

Коефіцієнт тепловіддачі знаходять, використовуючи закон Ньютона, визначивши експериментально тепловий потік при тепловіддачі та різницю температур між стінкою та флюїдом:

$$\alpha = \frac{q}{\Delta T \cdot F}$$

Для отримання універсальної залежності коефіцієнта тепловіддачі при конвективному теплообміні в складних системах необхідно, в принципі, виконати безліч експериментів, оскільки коефіцієнт тепловіддачі залежить від багатьох параметрів, таких як час, координати, швидкість, температура, фізичні властивості середовища і т.д.

$$\alpha = f(\tau, x_i, \vec{w}, T, v, \lambda, \rho, \dots)$$

Для зменшення кількості незалежних змінних була розроблена теорія подібності процесів кондуктивного, конвективного та радіаційного теплообміну, а також процесів масообміну. Теорія подібності оперує з безрозмірними комплексами – критеріями чи числами подібності, які одержують з урахуванням диференціальних рівнянь перенесення енергії, імпульсу та маси.

Критерій подібності є безрозмірним комплексом, який характеризує відношення фізичних ефектів. Іншими словами, критерій є мірою відношення фізичних ефектів. Відповідно до теорії подібності, експериментальне визначення коефіцієнта тепловіддачі виконують на фізичних моделях, у яких реалізовано процес тієї ж фізичної природи, що у об'єкті моделювання (зразку).

Тому теорія подібності дає правила моделювання і дозволяє поширити результати обмеженої кількості експериментів на групу подібних явищ.

Теорія подібності виходить з трьох положень теорема Кирпичева-Гухмана:

1. Подібні процеси повинні мати однакову фізичну природу;
2. У моделі та об'єкті моделювання (зразок) слід виконувати подібність крайових умов. Для процесів конвективного теплообміну це геометрична подібність, кінематична подібність (подібність швидкостей), динамічна подібність (подібність сил), тепла подібність (подібність температурних полів та теплових потоків).
3. У моделі та об'єкті моделювання (зразку) визначальні критерії мають бути рівними. У цьому випадку рівні та визначені критерії.

Всі критерії подібності поділяють на дві основні групи: *визначальні* та *визначальні*. Визначені критерії знаходять з експерименту, результати якого залежить від визначальних критеріїв. Існує і група незалежних критеріїв або параметрів, до яких слід зарахувати безрозмірні координати та безрозмірний час. Однак у обернених задачах конвективного теплообміну безрозмірний час може бути визначеним критерієм. Визначені критерії подібності називають *числами подібності*.

При моделюванні процесів тепломасообміну часто використовують дві властивості критеріїв подібності:

1. Будь-яка комбінація критеріїв також є критерієм;
2. Якщо процес течії та тепломасообміну не залежить від будь-якого критерію, цей процес називають автомодельним (незалежним) по відношенню до цього критерію.

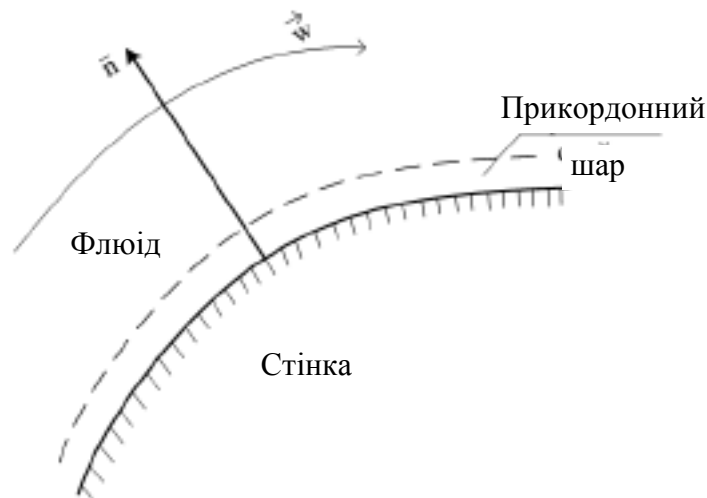
Для розрахунку теплового потоку за законом тепловіддачі Ньютона необхідно знайти з експерименту коефіцієнт тепловіддачі, тому до критеріїв подібності, що визначаються, відносять безрозмірні коефіцієнти тепловіддачі - критерій Нуссельта (Nu) і критерій Стантона (St).

Розглянемо фізичний зміст цих критеріїв, використовуючи схему конвективної тепловіддачі (малюнок 4.1).

Нехай флюїд омиває стінку довільної форми. Поблизу стінки існують гідродинамічний та тепловий прикордонні шари. У середині гідродинамічного прикордонного шару швидкість флюїду зменшується від швидкості незбуреного потоку до нуля на стінці ($m=0$) в силу умови прилипання. У тепловому прикордонному шарі відбувається зміна температури флюїду від $T=T_0$ – температури за межами прикордонного шару до $T=T_w$ – температури стінки. Прикордонний шар має складну структуру, яка описана в спеціальній літературі. Флюїду, через який теплота передається лише теплопровідністю за законом Фур'є:

$$\vec{q} = -\lambda_f \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_w,$$

де λ_f – коефіцієнт теплопровідності текучого середовища.



Малюнок 4.1. До висновку критерію Нуссельта

Критерій Нуссельта характеризує відношення двох форм математичного опису теплового потоку, яким обмінюються флюїд та стінка:

$$Nu = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda_f \frac{\Delta T}{R_0}} = \frac{\alpha}{\left(\frac{\lambda_f}{R_0}\right)} = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f},$$

де $q_{\text{конв}}$ – щільність теплового потоку конвективної тепловіддачі, що розраховується за законом тепловіддачі Ньютона;

$q_{\text{конв},f}$ – щільність теплового потоку кондукції в теплопровідній частині прикордонного шару, що розраховується за законом Фур'є.

Враховуючи, що градієнт температурного поля флюїду прямо пропорційний відношенню, отримаємо остаточно формулу критерію Нуссельта:

$$Nu = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda_f \frac{\Delta T}{R_0}} = \frac{\alpha}{\left(\frac{\lambda_f}{R_0}\right)} = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f},$$

де R_0 – визначальний чи характерний розмір у системі конвективного теплообміну, м;

Критерій Нуссельта характеризує відношення густини теплового потоку конвективною тепловіддачею до густини теплового потоку кондукцією в шарі текучого середовища поблизу стінки.

Без висновку запишемо математичне формулювання критерію Стантона:

$$Nu = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda_f \frac{\Delta T}{R_0}} = \frac{\alpha}{\left(\frac{\lambda_f}{R_0}\right)} = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f},$$

де ρ – щільність флюїду, кг/м³;

c_p – ізобарна теплоємність, Дж / (кг · К);

Pe – критерій Пекле – критерій теплової подібності.

Критерій Пекле характеризує співвідношення між конвективними та молекулярними процесами перенесення тепла.

До групи визначених критеріїв також відносять критерій Ейлера (безрозмірну силу тиску) або Ейлер, який характеризує відношення сили тиску до інерції або відношення енергії тиску до кінетичної енергії потоку:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w_0^2},$$

4.3. Визначальні критерії подібності конвективного теплообміну

Визначальні критерії подібності конвективного теплообміну поділяють на дві групи: критерії теплової подібності та критерії гідродинамічної подібності. Визначальні критерії теплової подібності одержують, використовуючи диференціальне рівняння Фур'є-Кірхгофа, а визначальні критерії гідродинамічної подібності - диференціальне рівняння Нав'є-Стокса.

Для виведення визначальних критеріїв конвективного теплообміну систему диференціальних рівнянь конвективного теплообміну зручно записати у векторній формі:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w} \nabla T = \alpha \nabla^2 T;$$

Далі визначають базові або визначальні параметри розрахункової області конвективного теплообміну, які характеризують умови однозначності крайового завдання конвективного теплообміну:

а) визначальний розмір R_0 ;

б) час процесу у нестационарних завданнях конвективного теплообміну τ_0 ;

в) визначальну температуру T_0 ;

г) визначальну швидкість w_0 ;

д) базовий тиск флюїду p_0 ;

ж) фізичні властивості флюїду, взяті з довідника при визначальній температурі: $\rho=f(T_0)$ – густина, $\alpha=f(T_0)$ – коефіцієнт температуропровідності, $\nu=f(T_0)$ – кінематичний коефіцієнт в'язкості.

Визначальні критерії теплової подібності одержують ставленням всіх складових рівняння Фур'є-Кірхгофа до дифузійного члена рівняння, який моделює перенесення теплоти теплопровідністю або кондукцією.

Відношення локального теплового потоку, що характеризує зміну ентальпії елементарного обсягу в одиницю часу, до кондуктивного теплового потоку дорівнює:

$$\frac{q_{\text{лок}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\frac{\partial T}{\partial \tau}}{\alpha \nabla^2 T} \equiv \frac{\frac{T_0}{\tau_0}}{\alpha \frac{T_0}{R_0^2}} = \frac{T_0 R_0^2}{\alpha \tau_0} = F_o$$

де F_o – критерій Фур'є – безрозмірний час у завданнях теплообміну;

Фізичний зміст критерію Фур'є полягає в тому, що він характеризує відношення теплового потоку за рахунок теплопровідності до локального теплового потоку, що відображає зміну внутрішньої енергії елементарного обсягу.

Відношення конвективного теплового потоку до кондуктивного теплового потоку дорівнює:

$$\frac{q_{\text{конв}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\bar{w} \nabla T}{\alpha \nabla^2 T} \equiv \frac{w_0 \frac{T_0}{R_0}}{\alpha \frac{T_0}{R_0^2}} = \frac{w_0 T_0 R_0^2}{\alpha T_0 R_0} = \frac{w_0 R_0}{\alpha} = Pe,$$

де Pe – критерій Пекле – безрозмірний конвективний тепловий потік.

Фізичний зміст критерію Пекле – критерію теплової подібності – полягає в тому, що він характеризує відношення теплового потоку, переданого конвекцією до кондуктивного теплового потоку в даній розрахунковій області теплообміну.

Визначальні критерії гідродинамічної подібності отримують відношення всіх складових рівняння Нав'є-Стокса до конвективного члену цього рівняння, який моделює силу інерції.

Ставлення локальної сили, що характеризує зміну імпульсу елементарного обсягу в одиницю часу, до сили інерції дорівнює:

$$\frac{f_{\text{лок}}}{f_{\text{ин}}} = \frac{\frac{\partial \bar{w}}{\partial \tau}}{\bar{w} \nabla \bar{w}} \equiv \frac{\frac{w_0}{\tau_0}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{w_0 R_0}{w_0^2 \tau_0} = \frac{R_0}{w_0 \tau_0} = Ho,$$

де Ho – критерій гомохронності (однорідності у часі) – безрозмірний час у завданнях механіки рідини та газу.

Фізичний зміст критерію гомохронності полягає в тому, що він характеризує відношення сили інерції до локальної сили.

Відношення гравітаційної сили (сили тяжіння) до сили інерції дорівнює:

$$\frac{f_g}{f_{\text{ин}}} = \frac{g}{\bar{w} \nabla \bar{w}} \equiv \frac{g}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{g R_0}{w_0^2} = Fr,$$

де Fr – критерій Ейлера – безрозмірна сила тиску;

g – прискорення вільного падіння.

Фізичний сенс критерію Фруда полягає у тому, що він характеризує ставлення гравітаційної сили (сили тяжкості) до сили інерції.

Відношення сили тиску до сили інерції дорівнює:

$$\frac{f_p}{f_{ин}} = \frac{\frac{1}{\rho} \nabla p}{\vec{w} \cdot \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\frac{p_0}{\rho R_0}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{p_0 R_0}{\rho R_0 w_0^2} = \frac{p_0}{\rho w_0^2} = Eu,$$

де Eu – критерій Ейлера – безрозмірна сила тиску; ρ – щільність флюїда при визначальній температурі T_0 .

Фізичний сенс критерію Ейлера у тому, що він характеризує ставлення сили тиску до сили інерції. В енергетичному трактуванні Ейлер характеризує відношення потенційної енергії тиску до кінетичної енергії руху потоку.

Відношення сили тертя до сили інерції дорівнює:

$$\frac{f_{тр}}{f_{ин}} = \frac{\nu \nabla^2 \vec{w}}{\vec{w} \nabla \vec{w}} \equiv \frac{\nu \frac{w_0}{R_0^2}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{\nu w_0 R_0}{w_0^2 R_0^2} = \frac{\nu}{w_0 R_0} = \frac{1}{Re},$$

де Re – критерій Рейнольдса – безрозмірна сила інерції;

ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості при визначальній температурі T_0 .

Фізичний сенс критерію Рейнольдса – критерію динамічного подібності – у тому, що він характеризує ставлення сили інерції до сили тертя. За величиною критерію Рейнольдса судять режим течії флюїду при вимушеній конвекції.

У правій частині рівнянь Нав'є-Стокса стоять три критерії: Фруда (Fr), Ейлера (Eu) та Рейнольдса (Re), два з яких однозначно визначають третій критерій. При моделюванні, як правило, вважають Fr і Re визначальними критеріями, а Eu – визначальним критерієм.

При вирішенні задач теплообміну при вільній конвекції швидкість течії флюїду визначити досить складно, тому її виключають з критеріїв подібності і враховують побічно, розраховуючи гравітаційну силу, що виникає через змінне поле щільності в неоднорідному полі температур. В цьому випадку в розрахунках конвективного теплообміну використовують критерій Галілея (Ga), критерій Архімеда (Ar), критерій Грасгофа (Gr) і критерій Релея (Ra).

Оскільки будь-яка комбінація критеріїв також є критерієм, можна записати:

$$Re^2 Fr = \frac{w_0^2 R_0^2}{\nu^2} \cdot \frac{g R_0}{w_0^2} = \frac{g R_0^3}{\nu^2} = Ga,$$

Фізичний сенс критерію Галілея у тому, що він характеризує ставлення сили тяжкості до сили в'язкого тертя.

Для обліку вільної конвекції, що виникає через змінну щільність у даному обсязі, помножимо критерій Галілея (Ga) на параметричний критерій $\Delta\rho/\rho$:

$$Ga \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{g R_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} = Ar,$$

Це критерій Архімеда (Ar). Його фізичний сенс полягає в тому, що він характеризує відношення підйомної сили, що виникає через різницю щільностей текучого середовища, до в'язкого тертя.

Змінна щільність текучого середовища в заданому об'ємі може виникати шляхом механічного перемішування двох або декількох флюїдів з різною щільністю та внаслідок змінного температурного поля, оскільки щільність залежить від температури. Якщо змінна щільність середовища виникає внаслідок процесу конвективного теплообміну, то в цьому випадку справедлива рівність

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \beta\Delta T,$$

де β - коефіцієнт об'ємного розширення флюїду, 1/К або 1/°С.

З урахуванням цього рівняння формулу для розрахунку критерію Архімеда записують у вигляді

$$Ar = \frac{gR_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gR_0^3}{\nu^2} \cdot \beta\Delta T.$$

Критерій Архімеда, виражений як (4.30), називають критерієм Грасгофа (Ог, Грасгоф).

Фізичний сенс критерію Грасгофа у тому, що він характеризує ставлення між підйомної силою і силою в'язкого тертя.

Коефіцієнт об'ємного розширення краплинних рідин наведено в довідниках залежно від температури флюїду, а для газів його розраховують за формулою:

$$\beta = \frac{1}{T_0},$$

де T_0 - Визначальна температура.

За величиною критерію Грасгофа судять про режим течії флюїду в задачах теплообміну при вільній конвекції для заданого текучого середовища.

Для узагальнення експериментальних даних про режим течії флюїдів різної фізичної природи в розрахунках вільної конвекції використовують критерій Релея.

$$Ra \cdot Gr = Pr,$$

де Pr – критерій Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{a}.$$

Фізичний зміст критерію Релея полягає в тому, що він, як і критерій Грасгофа, характеризує відношення підйомної сили при тепловій (природній) конвекції до сили тертя, обумовленої в'язкістю.

Критерій Прандтля являє собою відношення двох характеристик молекулярного перенесення імпульсу (ν) і теплоти (a) і є фізичним параметром середовища, значення якого наводять у довідниках в залежності від температури.

За величиною критерію Прандтля (Pr) всі плинні середовища можна розділити на три групи:

$Pr \ll 1$ – рідкі метали;

$Pr \approx 1$ – газы;

$Pr > 1$ - плинні середовища (вода, мінеральні олії та органічні рідини).

4.4. Практичне застосування

У практиці проектування різних систем РКТ ці критерії застосовуються при моделюванні впливу еплових потоків:

- ступеня впливу аеродинамічного нагріву компонентів палива у баках на активній ділянці польоту РН;
- на нагрівання конструкцій та рідких компонентів палива в баках на ділянці мінометного старту РН, а також при оцінці впливу наслідків «ядерного» вибуху на працездатність РН;
- при спорожненні/зарядженні балонів високого тиску;
- при дослідженні «критичних» елементів РКТ (різних з'єднань, вузлів автоматики, теплозахисту тощо).

5. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ГАЗОВИХ ПОТОКІВ ТА ЇХ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ

5.1. Загальні положення

Як відомо [9, 10, 13], практично застосування теорії подібності оновлено на трьох її теоремах, а всі критерії подібності (див. табл. 1 Додатку) підрозділяються наступним чином:

1) критерії гідродинамічної подібності (Sh, Fr, Gr, Eu, Re), одержувані на підставі аналізу диференціального рівняння Нав'є-Стокса [9, 10];

2) критерії теплової подібності (Fo, Pe, Pr), одержувані на підставі аналізу рівняння енергії.

Розрізняють також фізичне та математичне моделювання, часткове (наближене) або повне. Для отримання критеріальних рівнянь складних явищ та критеріїв подібності використовують аналіз розмірностей.

У загальному випадку [3] для виконання подібності двох течій повинні бути однаковими значення наступних параметрів:

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{W}{a} = \frac{W}{\sqrt{kgRT}} - \text{число Маха}; \\ Re &= \frac{WL}{\nu} = \frac{WLP}{\mu} - \text{число Рейнольдса}; \\ Fr &= \frac{W}{\sqrt{gL}} - \text{число Фруда}; \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

$$\chi = \frac{Lf}{W} - \text{наведена частота (число Струхалія),}$$

де W – швидкість потоку, м/с; a – швидкість звуку, м/с;

k – показник адіабати газу;

R – універсальна газова стала, кг·м/(кг·К);

T – температура, К;

g – прискорення сили тяжіння, м/с²;

L – характерний розмір тіла (діаметр ємності), м;

ν – кінематична в'язкість;

μ – динамічна в'язкість;

ρ – щільність, кг/м³;

f – частота, Гц.

Крім того, характеристики робочого тіла (рідини, газу) повинні бути такі, щоб для обох потоків було однаковим:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} - \text{Число Прандтля}, \quad (5.2)$$

де λ – питома теплопровідність;

$$k = \frac{c_p}{c_v} - \text{показник адіабати}, \quad (5.3)$$

де c_p – питома теплоємність при постійному тиску;

c_v – питома теплоємність при постійному обсязі.

Передбачається, що характер зміни c_p , λ , μ з температурою відбувається за статечним законом і що збільшення тепла, віднесене до одиниці маси, пропорційно WT/L . При задоволенні цих умов розглянуті дві течії характеризуються одними і тими ж безрозмірними диференціальними рівняннями, одержуваними в результаті перетворень рівняння Нав'є-Стокса [3]. При розгляді обтікання та взаємодії потоку з поверхнею твердого тіла (в даному випадку, наприклад, з елементами компенсатора) слід умова звернення в нуль відносної швидкості потоку і твердої поверхні, а також умова, що накладається на температуру поверхні. Умова, що накладається на швидкість потоку, є однорідною і не дає нового параметра подібності. Але температура поверхні тіла визначає потік тепла між ним та потоком газу (або рідини) і вводить додаткову умову подібності у вигляді числа Нуссельта

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = \frac{q_w L}{\lambda(T_w - T_2)}, \quad (5.4)$$

де L – характерний розмір;
 λ – питома теплопровідність;
 α – коефіцієнт тепловіддачі;
 q_w – питомий тепловий потік;
 T_w – температура стінки;

T_2 – температура газу. При цьому безрозмірна температура стінки $\bar{T}_w = \frac{T_w}{T}$

залишається фіксованою величиною.

Таким чином, для неустановившої течії в'язкого теплопровідного газу, що знаходиться під дією сили тяжіння при підведенні тепла Q на одиницю маси в одиницю часу, умова подібності двох течій полягає в тому, щоб були однакові наступні параметри:

- 1) число маху M ;
- 2) число Рейнольдса Re ;
- 3) число Фруда Fr ;
- 4) число Струхаля Sh ;
- 5) число Прандтля Pr ;
- 6) показник адіабати k ;
- 7) відносини $\frac{c_p}{c_v}$; $\frac{\lambda}{\lambda'}$; $\frac{\mu}{\mu'}$, як функції температури \bar{T} ;
- 8) величина $\frac{QL}{WT} = f(\bar{l}, \bar{\tau})$;
- 9) число Нуссельта $Nu = f(\bar{l}, \bar{\tau})$.

Визначення критеріїв подібності наведено у [10]. Якщо рух тіла не є чисто коливальним, то зазвичай замінюючи частоту f через l/τ (де τ – характерний час), застосовують наведену частоту у вигляді $\chi = \frac{L}{W\tau}$. Якщо можна знехтувати

впливом в'язкості і теплопровідності, то числа Re , Pr , Nu і відносини $\frac{\lambda}{\lambda'}$, $\frac{\mu}{\mu'}$ можуть бути виключені з числа наведених вище параметрів події. Якщо немає поля зовнішніх сил, то не слід розглядати число Фруда.

Якщо рух встановився, то наведена частота тотожно дорівнює нулю, тобто $\chi = 0$. Якщо немає підведення (відведення) тепла, то Q тотожно дорівнює нулю, тобто $Q = 0$. Якщо питомі теплоємності постійні, то відношення c_p / c_p' можна виключити із необхідних параметрів подібності.

Тому для руху в'язкого теплопровідного реального газу з постійними питомими теплоємностями c_p, c_v , постійними коефіцієнтами теплопровідності λ і в'язкості μ , за відсутності підведення тепла і силового поля, подібність течій характеризується числами: Маха M ; Рейнольдса Re ; Фруда Fr ; Нуссельта Nu та показником адиабати.

Необхідно відзначити, що деякі гази при високій собівартості (наприклад, гелій) є дефіцитом і при їх використанні в процесі виконання тих чи інших технологічних операцій з проточними елементами магістралей і автоматики виникає ряд труднощів. З погляду теорії моделювання оцінимо можливість, наприклад, заміни гелію на азот (або повітря) при продування елементів магістралей з компенсаторами. Актуальність цього питання обумовлена тим, що на практиці мали місце випадки втрати герметичності компенсаторів через їх руйнування, незважаючи на те, що за формулами було обчислено витрату азоту (повітря), еквівалентне витраті гелію.

5.2. Аналіз взаємозв'язку критеріїв подібності

У зв'язку з цим розглянемо докладно кожен із цих критеріїв, висловлюючи кожен із новачків через співвідношення витрат двох газів.

Число Прандтля Pr – це критерій подібності температурних і швидкісних полів, є мірою подібності цих полів у потоці, характеризує інтенсивність молекулярного перенесення кількості руху і тепла, залежить від фізичних констант і особливо необхідний при розрахунках теплообміну в потоках

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{a} = \frac{\nu}{\lambda / c_p \rho} = \frac{\mu c_p \rho}{\lambda} \quad (5.5)$$

У табл. 5.1 наведено значення критерію Прандтля для різних газів при температурі $T=288$ К, з якої випливає, що для газів $Pr=1$, тобто $\nu=a$. При цьому механізм молекулярного перенесення кількості руху та тепла практично однаковий – тепловий хаотичний рух молекул. Дотримується практично повна подібність полів швидкості та температури. Для газів число Pr слабо залежить від температури та тиску.

Таблиця 5.1

Залежність числа Прандтля Pr від роду газу

Вид газу	Одноатомний	Двохатомний	Трьохатомний	Чотирьохатомний
Pr	0,67	0,73	0,8	1,0

Число Рейнольда Re характеризує відношення сил інерції до сил в'язкості в потоці (або молекулярного тертя)

$$Re = \frac{\rho WL}{\mu} \quad (5.6)$$

Після підстановки виразів

$$\rho = \frac{P}{RT} \quad (\text{або } \gamma = \frac{P}{RT}); \quad W = \frac{\dot{G}}{\gamma S}; \quad \gamma = g\rho \quad (5.7)$$

та наступних перетворень маємо

$$\text{Re} = \frac{\dot{G}_{\text{He}} L}{gS\mu_{\text{He}}} = \frac{\dot{G}_{\text{N}_2} L}{gS\mu_{\text{N}_2}}, \quad (5.8)$$

де \dot{G}_{He} , \dot{G}_{N_2} – витрата гелію і азоту відповідно;

S – площа прохідного перерізу;

μ_{He} і μ_{N_2} – динамічна в'язкість гелію та азоту відповідно.

Оскільки за умовою завдання геометрична подібність дотримується повністю, то

$$\dot{G}_{\text{He}} = \frac{\mu_{\text{He}}}{\mu_{\text{N}_2}} \dot{G}_{\text{N}_2}, \quad \text{за} \quad \mu_{\text{He}} = \mu_{\text{N}_2}, \quad \dot{G}_{\text{He}} = \dot{G}_{\text{N}_2}. \quad (5.9)$$

Число Маха M відіграє істотну роль у газовій динаміці [9]. При $M \leq (0,2 - 0,3)$ впливом стисливості нехтують, при надзвукових течіях $M > 1$ воно якісно відрізняється від течії стисливої рідини. Поправки на стисливість повітря показують, що при $M > 0,5$ впливом стисливості не можна нехтувати [3. Для газової динаміки число Маха M є окремим випадком критерію Ейлера

Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования. (5.10)

характеризує відношення сил гідродинамічного тиску і сил інерції в потоці. Зазвичай у газовій динаміці замість критерію Ейлера використовують два інших:

число Пуассона (або показник адиабати $k = \frac{c_p}{c_v}$) і число Маха, що характеризує

стисливість газу, і в подібних течіях вони повинні бути однакові. Тому, перетворюючи співвідношення

$$kM^2 = \frac{kW^2}{kgRT} = \frac{W^2}{gRT}; \quad (5.11)$$

$$kM^2 = \frac{\dot{G}^2}{\gamma^2 S^2 gRT} = \frac{\dot{G}^2}{[P^2 / (RT)^2] S^2 gRT} = \frac{\dot{G}^2 RT}{P^2 S^2 g}$$

або

$$\frac{\dot{G}_{\text{He}}^2 R_{\text{He}} T_{\text{He}}}{P^2 S^2 g} = \frac{\dot{G}_{\text{N}_2}^2 R_{\text{N}_2} T_{\text{N}_2}}{P^2 S^2 g},$$

маємо

$$\dot{G}_{\text{N}_2} = \dot{G}_{\text{He}} \sqrt{\frac{R_{\text{He}} T_{\text{He}}}{R_{\text{N}_2} T_{\text{N}_2}}}. \quad (5.12)$$

При температурі гелія, що дорівнює температурі азоту $T_{\text{He}} = T_{\text{N}_2}$, отримуємо наступну залежність між витратою азоту та гелію ,

$$\dot{G}_{\text{N}_2} = 2,66 \dot{G}_{\text{He}}. \quad (5.13)$$

Якщо враховувати моделювання лише за кількістю Маху

$$M = \frac{W}{a} = \frac{W}{\sqrt{kgRT}} = \frac{\dot{G}}{S\gamma\sqrt{kgRT}} = \frac{\dot{G}}{SP\sqrt{kgRT}} \text{ или} \quad (5.14)$$

$$M = \frac{\dot{G}\sqrt{RT}}{SP\sqrt{kg}}, \quad (5.15)$$

то

$$\frac{\dot{G}_{\text{He}}\sqrt{R_{\text{He}}T_{\text{He}}}}{SP\sqrt{k_{\text{He}}g}} = \frac{\dot{G}_{\text{N}_2}}{SP}\sqrt{\frac{R_{\text{N}_2}T_{\text{N}_2}}{k_{\text{N}_2}g}} \quad (5.16)$$

або

$$\dot{G}_{\text{N}_2} = \dot{G}_{\text{He}}\sqrt{\frac{R_{\text{He}}T_{\text{He}}k_{\text{N}_2}}{R_{\text{N}_2}T_{\text{N}_2}k_{\text{He}}}}, \quad (5.17)$$

тобто при температурі гелія, що дорівнює температурі азота $T_{\text{He}} = T_{\text{N}_2}$, витрати азоту будуть $\dot{G}_{\text{N}_2} = 2,44\dot{G}_{\text{He}}$.

Таким чином, при моделюванні газового потоку за кількістю Маха (Ейлера) необхідно при продуваннях збільшити витрату азоту в 2,2 ... 2,44 рази по відношенню до витрати гелію.

Енергетична оцінка.

При моделюванні виходимо із закону збереження енергії потоку газу у вигляді [10]

$$\frac{W^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P}{\rho} = \frac{W^2}{2} + \frac{k}{k-1} gRT = \frac{W^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k-1} \frac{1}{M^2} = \text{const} . \quad (5.18)$$

З рівності

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{k_{\text{N}_2}-1} \cdot \frac{1}{M_{\text{N}_2}^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k_{\text{He}}-1} \cdot \frac{1}{M_{\text{He}}^2} \quad (5.19)$$

після перетворень отримуємо витрати азоту

$$\dot{G}_{\text{N}_2} = \dot{G}_{\text{He}}\sqrt{\frac{k_{\text{He}}-1}{k_{\text{N}_2}-1} \cdot \frac{k_{\text{N}_2}}{k_{\text{He}}} \cdot \frac{(RT)_{\text{He}}}{(RT)_{\text{N}_2}}}; \quad \dot{G}_{\text{N}_2} = 1,7\dot{G}_{\text{He}}. \quad (5.20)$$

Іноді для обліку динамічних умов роботи запроваджується так званий коефіцієнт енергонапруженості

$$e = \frac{E_{\text{кин}}}{S\tau} = \frac{\dot{G}W^2}{2gS}, \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{см}^2} \right], \quad (5.21)$$

фізичний сенс якого полягає у визначенні потужності потоку газу, що діє на одиницю площі прохідного перерізу каналу.

Підставляючи це співвідношення (5.15), у результаті перетворень маємо

$$\frac{\dot{G}_{\text{He}}^3 R_{\text{He}}^2 T_{\text{He}}^2}{2gS^3 P^2} = \frac{\dot{G}_{\text{N}_2}^3 R_{\text{N}_2}^2 T_{\text{N}_2}^2}{2gS^3 P^2} \quad (5.22)$$

або

$$\dot{G}_{\text{N}_2} = \dot{G}_{\text{He}} \left(\frac{R_{\text{He}} T_{\text{He}}}{R_{\text{N}_2} T_{\text{N}_2}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (5.23)$$

При $T_{\text{He}} = T_{\text{N}_2}$ маємо $\dot{G}_{\text{N}_2} = 3,68\dot{G}_{\text{He}}$.

Число Нуссельта Nu характеризує зв'язок між інтенсивністю тепловіддачі і температурним полем у прикордонному шарі потоку і є наслідком подібності, що встановилася. Для конвективного теплообміну при вимушеному (турбулентному) русі газу справедливий вираз [9].

$$Nu = (0,018 - 0,21) Re^{0,8} . \quad (5.24)$$

Тоді при виконанні рівності

$$Nu_{He} = Nu_{N_2} \quad (5.25)$$

маємо

$$\dot{G}_{N_2} = \dot{G}_{He} . \quad (5.26)$$

У табл. 5.2 наведено результати обробки критеріїв подібності щодо співвідношення витрат газу у вигляді

$$\dot{G}_{N_2} = N \dot{G}_{He} , \quad (5.27)$$

де N – коефіцієнт, необхідний виконання рівності певного критерію при відповідному витраті.

Таблиця 5.2

Залежність коефіцієнта перерахунку еквівалентного витрати газу від критерію моделювання

Вид критерія	Pr	Re	M	$Eu(k)$	Nu	З рівняння енергії	e
Коефіцієнт N	~ 1	~ 1	2,44	2,66	~ 1	1,7	3,68

Як показує аналіз наведених вище критеріїв, при моделюванні течій одного газу іншим, повної подібності отримати неможливо. З точки зору енергонапруженості елементів конструкції магістралей (при заміні, наприклад, гелію на азот), при їх продуванні наближене моделювання теоретично дотримується при збільшеному $\sim 3,7$ рази витраті азоту щодо витрати гелію (при збереженні рівності температур газу і конструкції, часу роботи, геометрії каналу та тиску в ньому). Такий підхід використовувався і підтвердив свою справедливість під час експериментального відпрацювання елементів автоматики, сільфонів та магістралей РН «Зеніт».

6. ПРИКЛАДИ КОМПЛЕКСНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОМАСООБМІННИХ ПРОЦЕСІВ СИСТЕМ НАДДУВА ПАЛИВНИХ БАКІВ РН

Характерною особливістю сучасних паливних систем РН є те, що їх розміри досягають великих значень, а потужності існуючих стендів для наземного відпрацювання не дозволяють проводити повномасштабні випробування системи живлення ДУ РН з імітацією основних факторів, що впливають – витрати КТ з бака, аеродинаміки та коливань корпусу ракети [1,7]. Створення таких стендів потребує величезних матеріальних витрат та тривалого часу. У цьому стає дуже актуальним моделювання польотних умов при стендовій відпрацюванні системи харчування [7].

Теорія моделювання параметрів СН паливних баків в даний час розроблена ще недостатньо [1,7,10]. В окремих роботах розглянуті лише деякі питання, і вона перебуває у стадії розвитку [2,10]. Як приклад нижче, пропонуються основи наближеного моделювання її параметрів. Основною вимогою, що пред'являються до модельних випробувань, є рівність тисків газу в натурному баку P_n і в модельному P_m за часом роботи СН, тобто $P_n = P_m$ і відповідно $\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_n = \left(\frac{dp}{d\tau}\right)_m$.

Лінійний масштаб моделювання визначається, як правило, з конструктивних міркувань та можливостей проведення випробувань моделі на стенді, тобто.

$$n = \frac{L_n}{L_m}, \quad (6.1)$$

де L_n, L_m – лінійний розмір натурального бака та моделі відповідно.

Геометричні параметри моделі та натурни перебувають у співвідношенні: за площею

$$S_m = (\pi dH)_m = \frac{\pi d_n}{n} \cdot \frac{H_n}{n} = \frac{S_n}{n^2}; \quad (6.2)$$

за обсягом

$$V_m = \left(\frac{\pi d^2 H}{4}\right)_m = \frac{\pi d_n^2}{4n^2} \cdot \frac{H_n}{n} = \frac{V_n}{n^3}, \quad (6.3)$$

де d_H, H_H, S_H – діаметр, висота та площа поперечного перерізу натурального бака відповідно; n – лінійний масштаб моделювання.

З методики розрахунку параметрів СН [1,7] випливає, що рівняння швидкості зміни тиску газу в баку при роботі СН можна представити в наступному вигляді:

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{k-1}{V} \cdot \frac{k}{k+1} \dot{G} R T_{ex} + \frac{k_s}{k_s+1} \dot{G}_s R_s T - \frac{k}{k+1} p \dot{V} + \frac{k p \dot{V}}{(k+1)^2} + ES_w \alpha_w (T_w - T) - ES_w \alpha_{ж} (T - T_{ж}), \quad (6.4)$$

де $\dot{k} = \frac{dk}{d\tau}$; $\dot{V} = \frac{dV}{d\tau}$; S_w – площа конструкції бака;

α_w – коефіцієнт тепловіддачі газу з конструкцією бака;

T_w – температура конструкції;

R_s – газова стала пара рідини;

V – об'єм.

Враховуючи, що об'єм моделі співвідноситься з натурним об'ємом $V_m = \frac{V_n}{n^3}$ як для забезпечення рівності $\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_m = \left(\frac{dp}{d\tau}\right)_n$ всі члени рівняння (6.4) необхідно зменшити в n^3 разів. Розглянемо докладніше складові рівняння (6.7). Якщо параметри газу на вході в натурний бак і модель однакові, то $k_n = k_m$, $T_{BXn} = T_{BXm}$, $R_n = R_m$, а співвідношення енергії, що вноситься газом наддуву, має бути наступним:

$$\left(\frac{k}{k-1} \dot{G}RT_{BX}\right)_m = \frac{1}{n^3} \left(\frac{k}{k-1} \dot{G}RT_{BX}\right)_n .$$

З урахуванням наведених вище залежностей отримуємо співвідношення між секундними ваговими витратами газу наддуву для модельної та натурної ємностей.

$$\dot{G}_m = \dot{G}_n / n^3 . \quad (6.5)$$

Використання моделі «штатних» газу наддуву і КТ значно спрощує виведення основних співвідношень і дозволяє записати: $k_{Sh} = k_{Sm}$; $R_{Sh} = R_{Sm}$; $T_{Жn} = T_{Жm}$.

Тут k_{Sh} ; k_{Sm} – коефіцієнти адиабати парів штатного КТ та модельної рідини; R_{Sh} , R_{Sm} – постійна газова парів штатного КТ і модельної рідини; $T_{Жn}$, $T_{Жm}$ – температура рідини в натурному та модельному баках.

Енергію, що підводиться до газу наддуву в баку за рахунок випаровування КТ, аналітично можна уявити як

$$\left(\frac{k_s}{k_s-1} \dot{G}_s R_s T_{Ж}\right)_m = \frac{1}{n^3} \left(\frac{k_s}{k_s-1} \dot{G}_s R_s T_{Ж}\right)_n . \quad (6.6)$$

Отже, має виконуватись співвідношення

$$\dot{G}_{Sm} = \dot{G}_{Sn} / n^3 .$$

Аналіз експериментальних даних показує, що випаровування (кипіння) компонента в баку без теплоізоляції визначається в основному аеродинамічним тепловим потоком. Грунтуючись на результатах досліджень кипіння рідин у баках при дії інтенсивних теплових потоків, можна припустити, що випаровування відбувається з певної глибини компонента, що залежить від властивостей та ступеня нагрівання компонента, тобто можна записати [20]

$$\dot{G}_s = A q_a \pi d h_{Ж} , \quad (6.7)$$

де \dot{G}_s – швидкість випаровування, кг / с;

A – експериментальний коефіцієнт;

d – внутрішній діаметр бака;

$h_{Ж}$ – висота прогрітого шару рідини (компонента);

q_a – аеродинамічний тепловий потік.

Рівняння (6.7) можна подати у вигляді

$$(A q_a \pi d h_{Ж})_m = \frac{1}{n^3} (A q_a \pi d h_{Ж})_n ,$$

з якого з урахуванням виразу (11.4) випливає

$$q_{\alpha m} = q_{\alpha n} / n^3. \quad (6.8)$$

Співвідношення для складової внутрішньобічної енергії

$$\left[\frac{kp\dot{V}}{(k-1)^2} \right]_m = \left[\frac{kp\dot{V}}{(k-1)^2} \right]_n \cdot \frac{1}{n^3}$$

виконується автоматично. Зі відношення енергій на витіснення компонента

$$\frac{k}{(k-1)} p\dot{V}_m = \frac{1}{n^3} \left(\frac{k}{(k-1)} p\dot{V} \right)_n$$

слід об'ємна витрата компонента з бака

$$\dot{V}_m = \frac{1}{n^3} \dot{V}_n. \quad (6.9)$$

Аналогічно можна уявити співвідношення для теплообміну між газом наддуву і конструкцією бака

$$[ES_w \alpha_w (T_w - T)]_m = \frac{1}{n^3} [ES_w \alpha_w (T_w - T)]_n,$$

з якого випливає

$$[\alpha_w (T_w - T)]_m = \frac{1}{n} [\alpha_w (T_w - T)]_n. \quad (6.10)$$

Розглянемо складові цього рівняння. Середня температура газу наддуву в баку визначається за формулою

$$T = \frac{pV}{GR}.$$

І якщо $p_m = p_n$ і $G = \int_0^\tau \dot{G} d\tau$, то

$$T_m = \left(\frac{pV}{GR} \right)_m = \frac{p_n V_n}{n^3 R \int_0^\tau \frac{G_n d\tau}{n^3}}, \quad (6.11)$$

тобто $T_m = T_n$. Використовуючи відомий вираз коефіцієнта тепловіддачі газу наддуву з конструкцією бака

$$\alpha_w = 1,5(T_w - T)^{0,5} / T,$$

отримуємо

$$\alpha_w (T_w - T) = 1,5(T_w - T)^{1,5} / T,$$

де T_w і T – температура верхнього днища та стінки бака відповідно.

З рівняння теплового балансу випливає

$$(T_w - T)_m^{1,5} = (T_w - T)_n^{1,5} / n$$

або

$$(T_w - T)_m = (T_w - T)_n / n^{0,67},$$

з якого видно, що температура конструкції моделі повинна бути меншою за температуру конструкції природи, тобто.

$$T_{Wm} < T_{Wn} \quad \text{і} \quad \left(\frac{dT_w}{d\tau} \right)_m < \left(\frac{dT_w}{d\tau} \right)_n. \quad (6.12)$$

Гradient зміни температури конструкції визначається за рівнянням

$$\frac{dT_w}{d\tau} = \frac{q_a - \alpha_w (T_w - T)}{(c\gamma\delta)_w},$$

де q_a – аеродинамічний потік;
 c – теплоємність стінки бака.

Враховуючи, що $q_{\alpha m} = \frac{q_{\alpha n}}{n}$ і те, що α_w не залежить від геометричних розмірів бака, для забезпечення справедливості виконання залежності (6.7) достатньо виконати співвідношення

$$(c\gamma\delta)_{w_m} = \frac{1}{n}(c\gamma\delta)_{w_n}$$

або

$$\delta_{w_m} \approx \frac{1}{n}\delta_{w_n} . \quad (6.13)$$

Енергія теплообміну між газом наддуву та вільною поверхнею компонента в баку повинна співвідноситися як

$$[E\alpha_{жс}S_{жс}(T-T_{жс})]_m = \frac{1}{n^3}[E\alpha_{жс}S_{жс}(T-T_{жс})]_n, \quad S_{жс m} = \frac{1}{n^2}S_{жс n},$$

звідки з урахуванням виразів (6.12) слід

$$[\alpha_{жс}(T-T_{жс})]_m = \frac{1}{n}[\alpha_{жс}(T-T_{жс})]_n . \quad (6.14)$$

Прогрів компонента палива в баку без теплоізоляції в основному визначається аеродинамічними тепловими потоками. Для його розрахунку можна скористатися, наприклад, залежністю [1]

$$\Delta T = T_{зерж} - T_{нач} = \frac{4q_a\tau}{c_{жс}d\gamma_{жс}} + Aq_a^{0,75}, \quad (6.15)$$

де $T_{зерж}$ – температура поверхні рідини; τ - час дії аеродинамічних теплових потоків; $c_{жс}$ - питома теплоємність рідини.

Використовуючи раніше отримані співвідношення, можна записати

$$\Delta T_m = \frac{4n\tau q_a}{C_{жс}\gamma_{жс}d_n n} + A\frac{q_{\alpha n}^{0,75}}{n^{0,75}} . \quad (6.16)$$

Як видно з рівняння (6.19), складові прогріву КТ різною мірою залежать від коефіцієнта моделювання, і прогрів компонента на моделі при прийнятому підході буде менше, ніж в натурних умовах. Цей висновок поширюється і на абсолютні значення температури компонента, так як $T_{жс} = T_{жс n} + \Delta T$, а температура $T_{жс}$ приймалася раніше для природи і моделі однаковою.

У зв'язку з тим, що тиск газу наддуву в модельному та натурному баках приблизно однаковий, то з урахуванням рівняння (6.14) можна вважати, що температура рідини в модельному баку дорівнює температурі рідини в натурному баку

$$T_{жс m} \approx T_{жс n} . \quad (6.17)$$

Рівняння для коефіцієнта тепловіддачі між газом наддуву і вільною поверхнею компонента в баку можна представити, наприклад, у виді [1]

$$\alpha_{жс} = A(T-T_{жс})^{1/3} \cdot \left(\frac{2P}{T+T_{жс}} \right)^{0,7} . \quad (6.18)$$

При $P_m = P_n$, $T_m = T_n$, $T_{ж_м} = T_{ж_n}$ отримуємо $\alpha_{ж_м} \approx \alpha_{ж_n}$: P_m, P_n – тиск наддуву моделі у натурному баку відповідно.

Очевидно, що за таких умов виконати співвідношення (6.14) неможливо. Звідси випливає, що теплообмін між газом наддуву і вільною поверхнею компонента на моделі відбувається більш інтенсивно, ніж у натурних умовах. Це призводить до порівняльного зменшення тиску газу в моделі.

З викладеного вище випливає, що точне моделювання одночасно всіх внутрішньобакових процесів, що відбуваються при роботі СН бака, навряд чи можливо. Йдеться лише про рівень наближення до нього. Для моделювання процесів наддуву в першому наближенні модель повинна відповідати наступним вимогам:

- конструкційний матеріал моделі, рід компонента палива та газу наддуву мають бути однакові з натурою;
- параметри моделі та натури повинні відповідати основним співвідношенням, наведеним у табл. 6.1.

Слід зазначити, що при виконанні цих вимог тиск газу моделі буде дещо менше, ніж у натурі, внаслідок більш інтенсивних теплообмінних процесів між газом наддуву і вільною поверхнею компонента.

Використовуючи запропоновану методику моделювання, було визначено для конкретних умов параметри моделі та режими випробувань СН бака з рідким киснем РН «Зеніт». Отримані результати модельних випробувань дозволили визначити необхідні залежності впливу визначальних факторів на внутрішньосторонні процеси та уточнити параметри штатної системи наддуву.

Таблиця 6.1

Співвідношення параметрів моделі щодо «натури»

Лінійні розміри баку	$L_m = \frac{L_n}{n}$
Об'єм баку	$V_m = \frac{V_n}{n^3}$
Витрати компоненту з баку	$\dot{V}_m = \frac{\dot{V}_n}{n^3}$
Температура газу наддува на вході у бак	$T_{ВХм} = T_{ВХн}$
Аеродинамічний тепловий потік	$q_{ам} = \frac{q_{ан}}{n}$
Товщина стінки баку	$\delta_{Wм} \approx \frac{\delta_{Wн}}{n}$
Секундна вагова витрата газу на наддув	$\dot{G}_m = \frac{\dot{G}_n}{n^3}$
Робочий запас газу	$G_m = \frac{G_n}{n^3}$

7. КРИТЕРІЇ МОДЕЛЮВАННЯ ВАКУУМНИХ УМОВ

У ракетно-космічній техніці одним з актуальних питань є проведення різноманітних випробувань або досліджень у розрідженому середовищі, що відтворює навколишній космічний вакуум. При підготовці такого роду випробувань, виборі режимів та тривалості їх проведення дуже важливо правильно організувати, підібрати відповідне випробувальне обладнання та контрольно-вимірвальну апаратуру. До досліджуваних важких процесів слід віднести [1,7,10]:

- скидання та витікання рідких КТ та газів, що зберігаються на борту РН;
- витік через негерметичність робочих продуктів через різні агрегати автоматики, їх з'єднання тощо;
- розгін і механічна дія витікаючих і стравлюючих газорідних тіл при їх граничних швидкостях і фазових перетвореннях;
- випаровування матеріалів конструкцій;
- сублімація фарб, покриттів та мастил;
- навантаження від перепаду тиску;
- переохолодження поверхонь при стравлюванні криогенних КТ;
- формування екранно-вакуумної ізоляції.

Кожен із цих питань вимагає застосування індивідуальних методів та спеціального обладнання. Але досить часто досліджувалися питання закінчення у вакуум рідин, що мають перегрітий стан. Вони стосувалися вивчення кавітації в насосах та їх видаткових магістралях, забезпечення запуску та виключення РРД, боротьби з КМ, зокрема, при пасивації паливних систем, а також при роботі ядерних енергетичних установок [7,13]. На основі законів молекулярно-кінетичної теорії газів механіка їхньої поведінки в стані розрідження характеризується критерієм (числом) Кнудсена:

$$Kn = \frac{\lambda}{L}.$$

Цей критерій є відношенням довжини вільного пробігу молекул λ до характерного розміру L (тіла або області течії).

У випадку довжина вільного пробігу визначається формулою [8]

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 P \left(1 + \frac{c}{T}\right)}, \quad (7.1)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постійна Больцмана;

σ – діаметр молекул газу;

P, T , - тиск і температура газу;

c - постійна Сезерленда, яка залежить від роду газу.

Довжина вільного пробігу λ не може бути визначена прямим експериментом, її доводиться виражати через інші кількісно вимірювані величини, в які вона входить, наприклад через коефіцієнт в'язкості μ [8],

$$\lambda = \frac{\mu}{\rho W}.$$

Враховуючи, що середня швидкість молекул W має порядок швидкості звуку ($W \approx a$) [9], можна записати

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{L} \approx \frac{\mu}{\rho WL} \approx \frac{\frac{W}{a}}{\rho WL} \approx \frac{M}{\text{Re}},$$

звідки слідує умова застосування гіпотези суцільності у вигляді нерівності

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{L} \approx \frac{M}{\text{Re}} \ll 1 \quad (7.2)$$

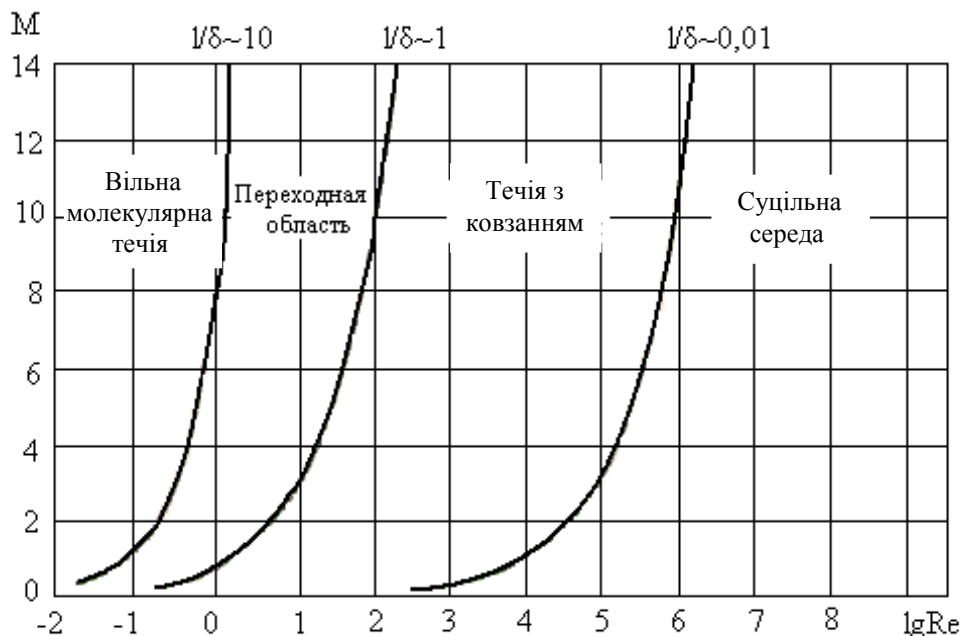
У механіці розріджених газів виділяють ряд характерних областей течії, які показані графічно на малюнку 7.1 [9].

Ці області течії класифікуються так:

- 1) вільна молекулярна течія (при $\text{Kn} \gg 1$);
- 2) перехідний режим;
- 3) течія з ковзанням (коли $\frac{M}{\text{Re}} \approx 0,1$);

- 4) течія суцільного середовища, коли $\text{Kn} \approx 0,01 \dots 0,1$; $\frac{M}{\sqrt{\text{Re}}} \approx 0,01$ і справедливе

застосування рівнянь газової динаміки.



Малюнок 7.1. Кордони режимів течії розрідженого газу

Розглянемо коротко кожен із цих областей. Так, при течії газу біля твердої стінки завжди утворюється пристіночний шар товщиною порядку довжини вільного пробігу λ , в якому мають місце явища мікроскопічного характеру. Якщо товщина прикордонного шару δ велика в порівнянні з довжиною вільного пробігу λ , то цим пристіночним шаром можна знехтувати і можна вважати швидкість в'язкого газу біля стінки, що дорівнює нулю.

Якщо ж $\delta \sim \lambda$, то нехтувати мікроскопічними явищами не можна. У цьому випадку на поверхні дотику твердого тіла з газом є деяка кінцева макроскопічна швидкість, газ «ковзає» по стінці (через відсутність безперервного контакту з поверхнею). Звідси і назва **течія зі ковзанням**. Коли довжина вільного пробігу молекул набагато більша за розміри тіла, то зміни руху молекул за рахунок зіткнень між собою на околицях тіла значно менші, ніж за рахунок зіткнень з

тілом. У цьому випадку потік на околицях тіла можна розглядати, що складається як би з не взаємодіючих між собою, «вільних», молекул. Звідси й назва – вільна молекулярна течія. Приймаючи як характерну довжину товщину прикордонного шару δ , можна записати: $\frac{\lambda}{\delta} = \frac{\lambda L}{L \delta} = \text{Kn} \frac{L}{\delta} \approx \frac{M}{\text{Re}} \frac{L}{\delta}$.

Якщо $\text{Re} \ll 1$, то $\frac{\lambda}{\delta} \sim 1$; якщо $\text{Re} \rightarrow 1$, то як відомо [8], для ламінарної течії $\frac{\lambda}{\delta} \sim \sqrt{\text{Re}}$. Звідки слід

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda}{\delta} &\sim \frac{M}{\text{Re}} \text{ при } \text{Re} \ll 1; \\ \frac{\lambda}{\delta} &\sim \frac{M}{\sqrt{\text{Re}}} \text{ при } \text{Re} \gg 1. \end{aligned} \right\} \quad (7.47)$$

Запропоновано [9] областю течії зі ковзанням вважати інтервал

$$0,01 < \frac{\lambda}{\delta} < 1,$$

а за кордон області вільної молекулярної течії прийняти.

У літературі [8,9] розрізняють три режими течії газів, межі яких відповідають:

$\text{Kn} \leq 0,005$ – в'язкісний;

$0,005 < \text{Kn} \leq 5,0$ – молекулярно-в'язкісного;

$\text{Kn} > 5,0$ – молекулярному.

Характер теплообміну залежить від режиму течії газу. При в'язкістному і молекулярно-в'язкістному режимах теплообмін складається з передачі тепла теплопровідністю, конвекцією та випромінюванням. При молекулярному режимі конвекція і теплопровідність зневажливо малі і тепловіддача здійснюється головним чином завдяки променистому обміну.

Відомо, що згідно з кінетичною теорією газів їх теплопровідність у широкому діапазоні не залежить від тиску. Але коли середня довжина вільного пробігу молекул стає більшою за характерний розмір системи, то теплопровідність зменшується пропорційно тиску. І при переході до молекулярного режиму теплопровідність газу стає дуже малою.

Для розрахунку процесів тепломасообміну та режимів динамічних процесів для кожної з цих областей у літературі розроблені конкретні методики та критерії подібності. Тому при проведенні випробувань у вакуумній камері важливо визначити, який із зазначених областей відповідають досліджувані процеси, для яких призначається відповідний ступінь розрідження:

- низький вакуум, коли $\text{Kn} \leq 0,005$ (при $p > 100 \text{ Па}$);

- середній вакуум, коли ($0,005 < \text{Kn} \leq 1,5$ (при $p = 100 \dots 0,1 \text{ Па}$);

- високий вакуум, коли (при $p = 10^{-1} \dots 10^{-4} \text{ Па}$);

- надвисокий вакуум (при $p < 10^{-5} \text{ Па}$).

Зазвичай при дослідженні процесів випаровування та тепломасообміну ступінь розрідження у вакуумній камері

$$p \leq 0,01 p_{\text{тр.т}}, \quad (7.4)$$

де $p_{\text{тр.т}}$ – тиск потрійної точки робочих рідин (табл. 7.2).

Тиск потрійної точки деяких рідин

Вид рідини	H ₂ O	НДМГ	Спирт	АТ	O ₂	N ₂
p _{тр.т.} , мм рт. ст.	4,52	~0,5	1	122...140	1,14	94,1

При дослідженні матеріалів як твердих речовин приймають

$$p \leq 0,1p_s,$$

де p_s – тиск насиченої пари речовини при відповідній температурі.

Температуру під час випробувань підтримують рівною натурним умовам.

При цьому швидкість відкачування повинна перевищувати швидкість натікання робочих тіл $S_{отк} > S_{обр}$, де величину відкачування слід враховувати відповідно до області течії розрідженого газу.

При виборі об'єму та розмірів вакуумної камери необхідно дотримуватися, щоб її розміри набагато перевищували характерний розмір досліджуваного предмета.

Цікавими є результати оцінки ступеня самозаморожування рідких компонентів палива в умовах вакууму. Так, вирішуючи ряд рівнянь:

$$m c_{рж} (t_{нч} - t_3) + m_l \lambda_n = m_s [c_{ps} (t_{нч} - t_3) + r] - \text{теплогового балансу};$$

$$m = m_l + m_s - \text{збереження маси};$$

$$c_{ps} \approx \frac{2}{3} c_{рж} - \text{співвідношення питомих теплоємностей двох фаз [13];}$$

$\Delta t = t_{нч} - t_3 + \Delta t_{np}$ – перепаду температур при замерзанні рідини з урахуванням її $\Delta t_{np} \approx 5^\circ\text{C}$ переохолодження [13] – відносно ступеня замерзання маси рідини – після перетворень отримуємо

$$\frac{m_l}{m} = \frac{3r - c_{рж} \Delta t}{3(r + \lambda_n) + 2c_{рж} \Delta t} \quad (7.5)$$

Це співвідношення справедливе для випадку поступового самозаморожування за відсутності теплопідведення.

У табл. 7.3 як приклад наведено вихідні дані та результати розрахунків для кількох рідких компонентів палива.

Таблиця 7.3

Ступінь самозаморожування у вакуумі деяких КТ

Параметр, розмірність	Позначення параметра	Компонент палива		
		НДМГ	АТ	Рідкий кисень
Питома теплота плавлення, ккал/кг	λ_n	40	38	3,33
Питома теплота пароутворення, ккал/кг	r	140	99	50,92
Питома теплоємність рідини, ккал/(кг·град)	$c_{рж}$	0,62	0,42	0,41
Температура переохолодження рідини, °C	Δt_{np}	5	5...8	~5
Температура замерзання, °C	t_3	-60	-11,3	-218,6
Початкова температура рідини, °C	$t_{нч}$	14	14	-182,8
Масова доля замерзаючої рідини, %	$\frac{m_l}{m}$	58	65,2	72

Як очевидно з табл. 7.3 при самозаморожуванні без підведення тепла замерзає близько 60 ... 70% рідкого компонента (при $t_{\text{нн}} \approx 14^\circ\text{C}$). Експеримент показав [13], що з підведення тепла (як вихідного гарячого генераторного наддува) замерзає лише 5-8% рідкого АТ.

Використовуючи принцип «холодного» самозаморожування, шляхом покрокового скидання у вакуум пари рідкого азоту вдалося в стендових умовах отримати його переохолодження на $15\text{-}20^\circ\text{C}$ [13]. Тим самим було підтверджено працездатність елементів автоматики при знижених криогенних температурах.

Важливим фактором при випробуваннях у вакуумі систем скидання рідкого кисню є заміна його на рідкий азот. Порівняння та аналіз властивостей рідкого кисню та рідкого азоту стосовно умов роботи системи скидання показують, що охолодити азот до температури плавлення легше, ніж кисень. Така заміна підвищує безпеку проведення випробувань та створює більш сприятливі умови для замерзання у тракці. І це дозволяє із запасом поширити результати випробувань на рідкому азоті на аналогічні процеси з рідким киснем, що й було реалізовано на практиці [13].

Таблиця 7.4

Фізико-технічні властивості криогенних рідин [8,13]

Параметр, розмірність	O_2				N_2			
Температура кипіння, К	90,2				77,4			
Температура плавлення, К	54,4				63,2			
Критичні параметри:								
– температура, К	154,8				126,3			
– тиск, Па	5,11				3,4			
Параметри потрійної точки:								
– температура, К	54,4				63,2			
– тиск, МПа	152				12536			
Щільність, $\text{кг}/\text{м}^3$	1142				808			
Теплота, Дж/г:								
– випарення	212,8				199			
– плавлення	13,95				25,8			
Питома теплоємність, Дж/(г·К):								
– рідини	1,7/0,925				2,05/1,12			
– пару	0,922/0,66				1,05/0,745			
Тиск насиченої пари при відповідній температурі, $\text{кгс}/\text{см}^2\text{абс}$	T, К	60	70	80	85	90	100	110
	P_{sO_2}	0,01	0,08	0,3	0,7	1	2,8	5,5
	P_{sN_2}	0,08	0,4	1,25	2,3	4	8	15

Слід зазначити, що застосування рідкого азоту при випробуваннях замість штатного рідкого кисню цілком обґрунтовано. Як очевидно з табл. 7.4 рідкий азот за своїми теплофізичними властивостями близький до кисню. Крім того, він безпечний при проведенні експериментів, при контакті з різними оліями, інертний і нетоксичний. Тиск потрійної точки азоту вище, ніж у кисню, що дозволяє створити умови для його замерзання на наявній стендовій базі і промоделювати його замерзання при закінченні у вакуумну камеру. При цьому

вихідна температура кріогенного компонента перед початком скидання близька до температури кипіння.

Таким чином, для відтворення космічного середовища під час проведення різних досліджень показано особливості моделювання вакуумних умов. Запропоновано важливі критерії та зроблено низку рекомендацій для обліку супроводжуваних фізичних явищ.

8. ТЕПЛОФІЗИЧНА ПОДІБНІСТЬ ГАЗІВ І РІДИНЬ

8.1. Загальні відомості про методи розрахунку величин

При дослідницьких розробках та проектуванні розгінних пристроїв часто виникає необхідність наближеного обчислення різних теплофізичних величин. Ці обумовлені властивостями речовини величини потрібні для складання матеріальних та теплових балансів та визначення кінетичних та термодинамічних закономірностей процесу.

Наприклад, при розрахунку масо- та теплопередачі зазвичай використовують значення ентальпії, ентропії, мольної теплоти, коефіцієнтів в'язкості, дифузії, поверхневого натягу, теплопровідності. Значення цих та інших фізичних величин можна знайти у довідковій літературі, однак у ній містяться не всі дані для технологічного розрахунку чи проектування. Найчастіше цікаві для нас величини наведені для умов, від тих, у яких здійснюється процес. Внаслідок цього довідкові дані доводиться інтерполювати чи екстраполювати.

Розрахунки щільності, коефіцієнтів в'язкості, масо- та теплопередачі, поверхневого натягу та інших величин можливі, якщо відомі будова молекул та характеристики міжатомних взаємодій. Вони проводяться статистичними методами найпростіших випадків. При введенні обмежуючих припущень з цих методів можна визначити наближені значення фізико-хімічної величини. Проте найчастіше такі розрахунки виявляються непридатними вирішення технічних питань. У практиці зазвичай доводиться користуватися напівемпіричними методами, з допомогою яких швидко вдається отримати потрібне рішення. Розрізняють такі випадки наближеного обчислення фізико-хімічних величин:

1) значення цікавої для нас величини для умов проведення процесу невідомо, але експериментально знайдено одне значення цієї величини для інших умов і відомий закон, за яким дана величина змінюється (залежність наведена графічно або аналітично);

2) є два експериментально знайдені значення для умов, що відрізняються від умов проведення процесу, але ми не знаємо закону, за яким ця величина змінюється;

3) значення фізико-хімічної величини ніколи експериментально не визначали.

У першому випадку рішення не становить труднощів: підстановкою вже відомого значення знаходять постійні математичні залежності, а потім обчислюють шукане значення. Загальні принципи розрахунку описані у роботі [21].

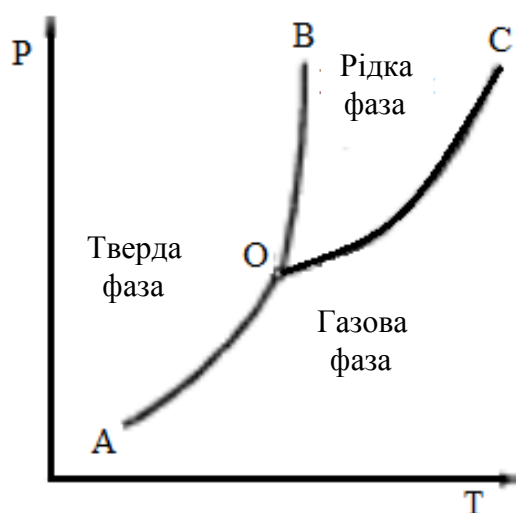
У другому випадку значення фізико-хімічної величини знаходять інтерполяцією. Метод рішення заснований на припущенні, що величина, що розраховується для даної речовини, змінюється подібно до зміни тієї ж величини для іншої речовини, обраного в якості стандартного. Найчастіше завдання вирішується графічно, рідше – розрахунком.

Третій випадок – найскладніший. Якщо значення фізико-хімічної величини ніколи експериментально не визначалися, то отримати надійні та точні розрахункові дані неможливо. Застосовувати зазвичай один із двох методів: 1) розраховують необхідну величину підсумовуванням часток, що припадають на

всі атоми, зв'язки або групи атомів хімічної сполуки; 2) користуються аналогією властивостей різних речовин (наприклад, за допомогою теорії відповідних станів та загальних залежностей).

Перш ніж ознайомитися з методами розрахунку фізико-хімічних величин [21] газів і рідин, що застосовуються на практиці, доцільно згадати основні теоретичні положення.

Агрегатні стани речовини. Перехід речовини з одного агрегатного стану в інший може відбуватися під впливом зміни температури T та тиску p . Умови рівноважного існування твердої, рідкої та газової фаз представлені на мал. 8.1 (Плоска діаграма стану). Кожній із фаз відповідає певна область можливих поєднань p і T . будь-яка точка на прикордонних лініях ОА (крива сублимації), ОВ (крива плавлення) та ОС (крива випаровування) при незакінченому фазовому переході відповідає спільному існуванню двох фаз у системі. Положення потрійної точки О - можливого співіснування всіх трьох фаз - незмінно



Малюнок 8.1. Умови рівноважного існування твердої, рідкої та газової фаз (індивідуальна речовина).

Характерною властивістю речовини в твердому стані часто називають здатність зберігати об'єм і певну самостійну форму незалежно від того положення, в якому ця речовина знаходиться. Однак переохоложені рідини в склоподібному та пластичному станах мають таку ж властивість. Тому для твердого стану характерним слід визнати впорядкування елементів, з яких побудовано речовину, наприклад, іонів, атомів, груп атомів або молекул у вузлах просторових (кристалічних) ґрат. Розрізняють чотири основні типи просторових ґрат: іонні, молекулярні, атомні та металеві.

Елементи, що у вузлах просторової решітки, безперервно коливаються. Величина амплітуди коливання збільшується з підвищенням температури тіла, і при деякому значенні останньої - температурі плавлення $T_{пл}$ - ґрати руйнуються, тіло змінює свій агрегатний стан, перетворюючись на рідину.

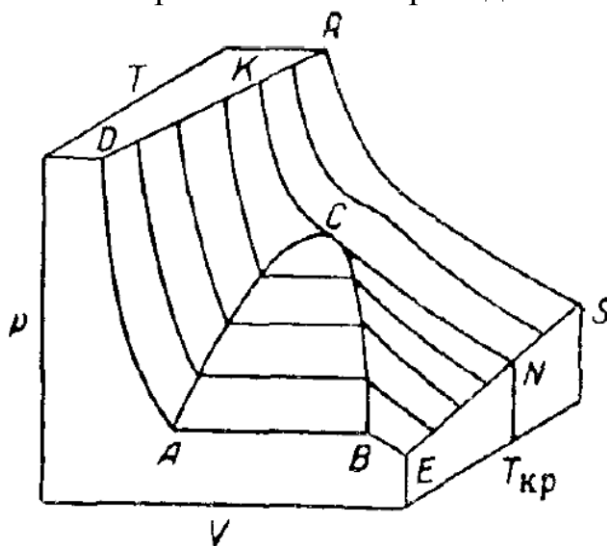
Про будову рідин відомо небагато. Рухливість рідини свідчить, що її молекули можуть вільно перемішатися, причому довжина середнього вільного пробігу молекул дуже мала. З властивості зберігати певний обсяг слід зробити висновок, що між молекулами рідини діють сили взаємного тяжіння і

відштовхування, що врівноважуються. Дослідження показують, що розміщення молекул у рідині не хаотично, а віддалено нагадує розташування молекул у кристалічній решітці, тільки воно набагато менш правильне і з досить великими просторами, не заповненими молекулами. Від величини цих просторів залежать деякі властивості рідин, наприклад, температура кипіння та ін.

У газовій (паровій) фазі завжди знаходиться невелика кількість молекул тієї ж речовини, з якої складається рідка фаза. Ці молекули відриваються від поверхні рідини, та його концентрація у газовій фазі після встановлення рівноваги підвищується зі збільшенням температури (тобто, тиск пари рідини зростає). Коли тиск насиченої пари дорівнюватиме зовнішньому тиску над поверхнею рідини, то починається кипіння. Однією з характерних властивостей будь-якої рідини є температура її кипіння під тиском, що дорівнює 1 атм, яка називається нормальною температурою кипіння $T_{кип}$.

Якщо під час кипіння рідини підвищити зовнішній тиск, то кипіння припиниться, і треба підняти температуру вище за колишню, щоб воно відновилося. Збільшення тиску викликає гальмування бурхливого пароутворення тільки при температурах нижче критичної $T_{кр}$. Цій температурі відповідає критичний тиск $P_{кр}$ пари рідини. Один моль рідини у умовах займає критичний обсяг $V_{M,кр}$.

На мал. 8.2 в координатах p - V - T представлена просторова модель бінарної системи рідина-пар. Різні стани системи являють собою певні точки на поверхні $ADRSEBC$. Тут нанесено кілька ізотерм, наприклад $DABE$, KCN або RS . Крапки області $ADKC$ відповідають рідині, області $BCNE$ – парі. Стан пари (або газу) нижчий від критичної ізотерми. Крива кипіння та конденсації AC відокремлює поле рідини, а крива насиченої пари CB – поле пари від області.



Малюнок 8.2. Просторова модель бінарної системи рідина-пара

ACB співіснування рідини та пари. Крапка C – критична; ізо-терму KCN , за якою в області $KCNSR$ немає рідкої фази, – прикордонна. Чим вище температура, тобто чим значніше віддалення від критичної ізо-терми KCN у напрямку RS , тим більшою мірою форма ізотерм наближається до форми ізотерми ідеального газу. Крива ACB називається прикордонною: на гілки AC лежать точки кипіння, на гілки CB – точки роси.

Якщо перехід з одного агрегатного стану в інший здійснюється при перетині критичної ізотерми між точками К і С, то поверхня розділу фаз не утворюється, тобто можна безперервно перетворювати рідину на пару або пар на рідину. Ця обставина, що доводить, що рідке та газове агрегатні стани – лише дуже віддалені один від одного стану рідини, зазначив ще Ендрьюс (1889).

Газовий стан – одне з основних понять фізичної хімії. За елементарним визначенням характерною властивістю речовини в газовому агрегатному стані є те, що ця речовина не зберігає ні постійного обсягу, ні самостійної форми, а заповнює всю посудину, в якій знаходиться. Уявний ідеальний газ складається з молекул-крапок, що володіють властивостями ідеально пружних куль, що хаотично рухаються у всіх напрямках і стикаються. Розміри молекул нескінченно малі у порівнянні з довжиною середнього вільного перебігу (тобто шляхом, що проходить за час між двома зіткненнями), сили взаємодії між молекулами не враховуються.

Властивості реального газу наближаються до властивостей ідеального лише у тому випадку, коли газ перебуває у області температур і тисків, далеких від критичної точки. На мал. 8.2 цієї області відповідають точки, що лежать поблизу S, тобто у нижній правій частині поля KCNSR (у значному віддаленні від критичної ізотерми CN).

Необхідно відзначити, що описана рівновага рідкої та газової фаз дуже спрощена. Насправді слід говорити не про «критичну точку», а про «критичну область» змін температури і тиску. Газ поблизу цієї області значно відрізняється за властивостями ідеального газу.

У зв'язку з тим, що молекули у газовій фазі під дією міжмолекулярних сил асоціюються у великі комплекси, є підстави вважати, що структури як газової, так і рідких фаз у критичних областях різко відрізняються від ідеальних моделей. Вперше на це явище у газах звернув увагу Натансон (1883). Вивчення цього явища, а також досліджених критичних станів призвело до створення теорії реальних газів (роботи Больцмана, Урселла, Майєра, Банда, Свентославського, Боголюбова, Вукаловича та ін.).

При проектуванні розгінних пристроїв потрібно знати характеристики реальних газів.

8.2. Особливості закономірностей реальних газів та рідин

Для опису поведінки реальних газів існує низка рівнянь. Одним із найпоширеніших є рівняння Ван-дер-Ваальса

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT, \quad (8.1)$$

де p - Тиск газу; v – питомий обсяг; R - Постійна газова; T – температура газу, К; a та b – молекулярні константи Ван-дер-Ваальса, характерні для кожного газу [1.11].

У наведеному вигляді рівняння Ван-дер-Ваальса має такий вигляд:

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2} \right) (3\varphi - 1) = 8\tau, \quad (8.2)$$

де π – наведений тиск; φ – наведений обсяг; τ – наведена температура. За допомогою константа a та b можна виразити параметри газу для критичної точки:

$$P_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}, \quad v_{\text{кр}} = 3b, \quad T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27bR}. \quad (8.3)$$

Універсальну газову постійну можна уявити як

$$R = k \frac{8P_{\text{кр}} v_{\text{кр}}}{3T_{\text{кр}}} = 2,67k \frac{P_{\text{кр}} v_{\text{кр}}}{T_{\text{кр}}}, \quad (8.4)$$

де k - Поправочний коефіцієнт, для N_2 рівний 1,28; для O_2 – 1,282; для CO_2 – 1,3; для He - 1,175; для аргону Ar - 1285 [1.11].

За коефіцієнтом можна судити про рівень точності рівняння Ван-дер-Ваальса, в якому

$$\pi = \frac{P}{P_{\text{кр}}}; \quad \varphi = \frac{V}{V_{\text{кр}}}; \quad \tau = \frac{T}{T_{\text{кр}}}. \quad (8.5)$$

Стан газів, що мають однакові значення π , φ та τ , називається **відповідним**, а рівняння (8.2) служить для якісної чи наближеної оцінки параметрів.

З аналізу наведеного рівняння Ван-дер-Ваальса слід, що це речовини підпорядковуються одному рівнянню стану, якщо воно виражено через наведені змінні. Це дуже важливий закон термодинамічної подібності – закон **відповідного стану**. Дві або кілька різних речовин із двома рівними однойменними наведеними параметрами знаходяться у **відповідних станах**. При цьому, незважаючи на притаманні тілам відмінності, їхня термодинамічні поверхні збігаються. Внаслідок цього і властивості тіл у цих станах виявляються однаковими. Закон відповідних станів має велике прикладне значення як основа узагальнення теоретичних та експериментальних даних для реальних речовин, наприклад, для коефіцієнта стисливості z .

У літературі [8, 21, 22] дано універсальні діаграми для визначення коефіцієнтів стисливості газів z у наведених безрозмірних координатах. Ці графіки отримані з урахуванням експериментальних даних для 30 газів.

Насправді термодинамічні поверхні різних реальних речовин повністю не збігаються і подібність є наближеною. Одна з додаткових умов, за якої подібність виконується більш строго, – умова рівності коефіцієнта стисливості критичної точки z_k .

Необхідно відзначити, що рівняння стану (8.1) містить широку інформацію про різноманітні властивості газу. З його допомогою можна обчислити значення всіх теплових функцій, термічних коефіцієнтів, швидкості звуку, залежно від параметрів стану, значення диференціального та інтегрального «дросель – ефекту» та інших термодинамічних величин. Це рівняння дозволяє встановити аналітичний вид кривої інверсії, а також кривих Бойля та ідеального газу. З його допомогою зручно досліджувати питання, пов'язані з фазовою рівновагою, критичними явищами, термодинамічною стійкістю та іншими характеристиками системи.

При гранично низьких щільності (тиску) реальні гази підпорядковуються найбільш простому рівнянню стану ідеального газу, виведеному з молекулярно-кінетичної теорії.

Для реальних газів з урахуванням стисливості у формі рівняння Менделєєва-Клапейрона рівняння стану має такий вигляд:

$$P = \frac{RT}{v}; \quad (8.6)$$

$$PV = zGRT. \quad (8.7)$$

При високих щільностях більш справедливе рівняння Ван-дер-Ваальса, у якому перше доданок враховує кінцівку власного обсягу молекул, друге – ефект взаємного тяжіння з-поміж них, що призводить до зменшення тиску.

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}. \quad (8.8)$$

Існує багато модифікацій рівняння Ван-дер-Ваальса. Всі вони є двопараметричними рівняннями, оскільки містять дві індивідуальні константи, що визначаються з експериментальних даних. Нижче наведено основні з них [22]:

- рівняння Бертло

$$\left(P + \frac{a}{Tv^2}\right) \cdot (v-b) = RT; \quad (8.9)$$

- рівняння Дітериччі

$$P \exp\left[\frac{a}{vRT}\right] \cdot (v-b) = RT; \quad (8.10)$$

- рівняння Редліха-Квонга

$$\left(P + \frac{a}{v\sqrt{T}(v+b)}\right) \cdot (v-b) = RT. \quad (8.11)$$

Теоретичне рівняння стану Боголюбова-Майєра (або рівняння Камерлінга-Оннеса) має вигляд:

$$Pv = RT \left(1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \dots\right), \quad (8.12)$$

в якому - віріальні коефіцієнти, що визначаються методами статистичної фізики за потенціалом взаємодії між молекулами газу.

У табл. 8.1 наведено ряд величин, виражених через константи зазначених рівнянь стану. Для визначення зв'язку між критичними властивостями та константами a та b використовували умови

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{T=T_{кр}, v=v_{кр}} = 0 \quad \text{і} \quad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial v^2}\right)_{T=T_{кр}, v=v_{кр}} = 0.$$

Таблиця 8.1

Величини	Вид уравнения			
	Ван-дер-Ваальса	Бертло	Дитериччи	Редлиха-Квонга
$P_{кр}$	$\frac{b}{27b^2}$	$\sqrt{\frac{aR}{216b^3}}$	$\frac{a}{4e^2b^2} = \frac{a}{29,56b^2}$	$\sqrt[3]{\left(\frac{0,0867}{b}\right)^5 \left(\frac{a}{0,4278}\right)^2} R$
$T_{кр}$	$\frac{8a}{27bR}$	$\sqrt{\frac{8a}{27bR}}$	$\frac{a}{4bR}$	$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{0,0867}{0,4278} \cdot \frac{1}{R}\right)^{3/2}$
$v_{кр}$	3b	3b	2b	3,878b
$z_{кр} = \frac{P_{кр}v_{кр}}{RT_{кр}}$	0,375	0,375	0,2706	0,333
2-й віріальний коефіцієнт В(T)	$b - \frac{a}{RT}$	$b - \frac{a}{RT^2}$	$b - \frac{a}{RT}$	$b - \frac{a}{RT^{3/2}}$
3-й віріальний коефіцієнт С(T)	b^2	b^2	$b^2 - \frac{ab}{RT} + \frac{a^2}{2R^2T^2}$	$b^2 + \frac{ab}{RT^{3/2}}$
Температура Бойля T_B , К	$\frac{a}{Rb}$	$\sqrt{\frac{a}{Rb}}$	$\frac{a}{Rb}$	$\left(\frac{a}{Rb}\right)^{2/3}$
$\frac{T_B}{T_k}$	3,375	1,837	4	4,937

З аналізу табл. 8.1 слідує, що тільки рівняння Дитериччі дає прийнятне значення критичного коефіцієнта $z_{кр}$. Рівняння Бертло та Ван-дер-Ваальса призводять до незалежності 3-го віріального коефіцієнта від температури. Жодне з цих рівнянь не придатне для точного опису досвідчених значень параметрів P , v , T . Однак найкращим у цьому відношенні є рівняння Редліха-Квонг. Як приклади можна навести рівняння [21]:

- Дюпре

$$P(v-b) = RT; \quad (8.13)$$

- Гірна

$$(P + \pi) \cdot (v - b) = RT, \quad (8.14)$$

а також інші рівняння [8, 22].

У цей час для точного опису термічних властивостей широко використовуються багатоконстантні рівняння стану, основними з яких є:

- рівняння Бітті-Бріджмена, яке справедливе для не дуже високих густин газу

$$Pv = RT \left(1 - \frac{c}{vT}\right) \cdot \left(v + B_0 - \frac{bB_0}{v}\right) - A_0 \left(1 - \frac{a}{v}\right), \quad (8.15)$$

де c , B_0 та A_0 - характерні константи.

Значення констант для деяких газів наведено у табл.8.2;

Таблиця 8.2

Газ	A_0	a	B_0	b	$c \cdot 10^4$
He	0,0216	0,05984	0,014	0	0,04
Ar	1,2907	0,02328	0,03931	0	5,99
N_2	1,3445	0,02617	0,05046	-0,00691	4,20
O_2	1,4911	0,02562	0,04624	0,004208	4,80
Повітря	1,3012	0,01931	0,04611	-0,01101	4,34
CO_2	5,0065	0,07132	0,10476	0,07235	66
NH_3	2,393	0,17031	0,03415	0,019112	476,87
CH_4	2,2769	0,01855	0,05587	-0,15870	12,83
C_2H_2	6,1520	0,04964	0,12156	0,03597	22,68

- рівняння Бенедикта-Вебба-Рубіна, отримане в основному для легких вуглеводнів та їх сумішей (наприклад, для метану, етану, пропану та ін.)

$$P = \frac{RT}{v} + \frac{1}{v^2} \left[RT \left(B_0 + \frac{b}{v} \right) - \left(A_0 + \frac{a}{v} - \frac{a\alpha}{v^4} \right) - \frac{1}{T^2} \left\{ C_0 - \frac{c}{v} \left(1 + \frac{\gamma}{v^2} \right) e^{-\frac{\gamma}{v^2}} \right\} \right], \quad (8.16)$$

тут α , C_0 , c – коефіцієнти.

Це рівняння з високою точністю описує експериментальні дані в 1,5 – 2 рази, що перевищують критичну щільність;

- рівняння Мартіна-Хау

$$P = \sum_{i=1}^5 \frac{A_i}{(v-b)^i}, \quad (8.17)$$

де $A_i = a_i + b_i T + c_i e^{dT/T_{кр}}$.

Дане рівняння краще визначає досвідчені дані при щільності, нижче критичних, і значно гірше - при високих щільності;

- рівняння Вукаловича-Новікова, розроблене на підставі теорії асоціації газу

$$\left(P + \frac{a}{v^2} \right) \cdot (v-b) = RT \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{(v-B)^i} \right). \quad (8.18)$$

Тут - коефіцієнти, що є конкретними функціями від температури T ; a , b - константи Ван-дер-Ваальса.

Це рівняння успішно було використано для розрахунку термодинамічних таблиць для води;

- рівняння Казавчинського

$$z = \alpha_o + \alpha_1 Q + \beta \psi + \gamma \varphi \quad (8.19)$$

отримано з аналізу зміни термодинамічної поверхні та знайшло широке застосування у техніці. Тут ψ і φ – температурні функції, що залежать від $Q = T_{кр} / T$; α_o , α_1 , β , γ — функції наведеної щільності, які у формі поліномів від $\omega = \rho / \rho_{кр}$.

$$\alpha_o = 1 + \sum_{i=0}^n a_i \omega^i ; \alpha_1 = 1 + \sum_{i=0}^m b_i \omega^i ;$$

$$\beta = \sum_{i=0}^k c_i \omega^i ; \gamma = \sum_{i=0}^l d_i \omega^i . \quad (8.20)$$

Модифікацією рівняння Казавчинського служить його уявлення у поліноміальній формі через віріальні коефіцієнти

$$z = 1 + \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \frac{a_i \gamma}{T^i} \rho^j . \quad (8.21)$$

Відомо понад 150 рівнянь стану зазначеного вище типу з різним числом коефіцієнтів. Ряд рівнянь можна представити у вигляді у формі рівняння Амага [23]

$$[P + f_1(v)] \cdot f_2(v) = RT , \quad (8.22)$$

де f_1 і f_2 – функції, що залежать від питомих обсягів.

У випадку всі без винятку рівняння можна перетворювати на віріальну форму [23].

Для характеристики ступеня стисливості газів французький учений Амага запровадив 1870 р. безрозмірну величину, що отримала назву числа Амага, або ступеня стисливості δ [22],

$$\delta = \frac{P_i V_i}{P_o V_o} , \quad (8.23)$$

де P_i та V_i – поточний тиск та температура відповідно;

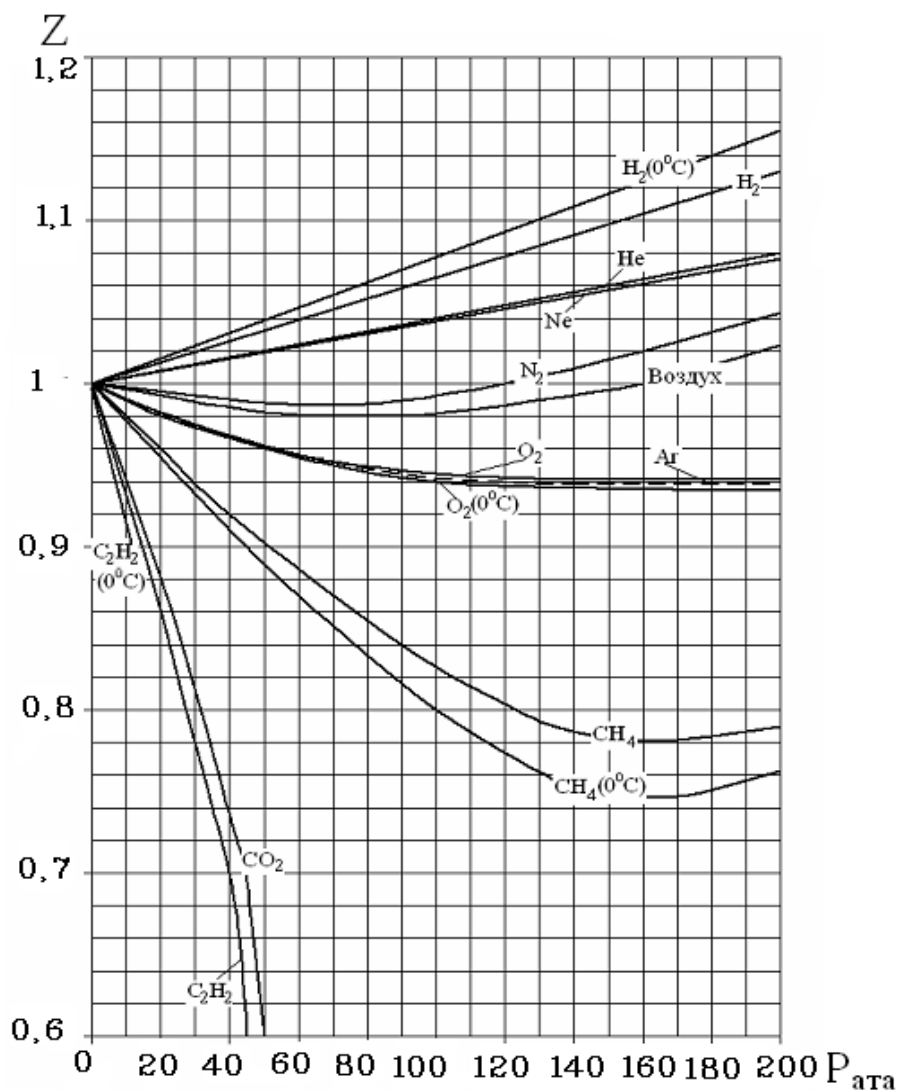
P_o та V_o – тиск і температура зазвичай беруться для стану газу при температурі 0 °С та тиску 1 ата.

Для ступеня стисливості δ та коефіцієнта стисливості $z = PV/RT$ існує співвідношення

$$z = \delta \frac{T_o}{T} . \quad (8.24)$$

Коефіцієнт стисливості z , як і ступінь стисливості є функцією тиску і температури. Ізотерми в координатах $z - P$ мають такий самий характер, що й у координатах $\delta - P$, відмінність полягає лише в тому, що всі ізотерми в координатах $z - P$ виходять з однієї точки, ордината якої дорівнює 1, абсцис – нулю. На мал. 8.3 деяких газів представлені залежності $z=f(P)$.

Внаслідок термодинамічної подібності для різних газів, що знаходяться у відповідних станах, при однакових наведених параметрах значення коефіцієнта стисливості рівні. Однак подібність не є суворим, наприклад у критичній точці значення $z_{кр}$ дещо відрізняються (табл. 8.3) [23].



Малюнок 8.3. Коефіцієнт стисливості z для різних газів (в основному для температури $0 \dots 15^\circ\text{C}$) [22-23]

Для точного визначення z використовують спеціальні таблиці з урахуванням різних $z_{кр}$ [22]. Однак для низки газів ці відмінності несуттєві і практично значення $z_{кр}$ можна визначити за середнього $z_{кр} = 0,29$ (табл. 8.4) [23].

Таблиця 8.3

Газ	$z_{кр}$	Газ	$z_{кр}$
He	0,3	Kr	0,291
H ₂	0,292	Xe	0,290
Ne	0,296	CO	0,294
N ₂	0,291	CH ₄	0,290
O ₂	0,292	CO ₂	0,274
Ar	0,290	H ₂ O	0,230

Слід зазначити, що у техніці існує багато наведених рівнянь стану. У деяких випадках як відповідні точки, крім критичної, розглядають також і деякі інші: точку кипіння при нормальному тиску, точку плавлення речовини або величину,

пов'язану, наприклад з ентропією. Деякі автори вводять для H_2 та He наведені параметри у такому вигляді:

$$T_{пр} = \frac{T}{T_{кр} + 8}; P_{пр} = \frac{P}{P_{кр} + 8}, \quad (8.25)$$

де $T_{пр}$ – наведена температура;

$P_{пр}$ – наведений тиск.

В інших джерелах, наприклад, [8], має місце найкраща узгодженість експериментальних даних з розрахунковими за умови, що індексом «о» позначена відповідно підібрана константа.

Іноді вводять наведені об'єм та температуру в наступному вигляді:

$$V_{пр} = \frac{V_m - V_o}{V_{мкр} - V_o}; T_{пр} = \frac{T - T_o}{T_{кр} - T_o}; \quad (8.26)$$

$$\Theta = \frac{T - T_{пл}}{T_{кр} - T_{пл}}, \quad (8.27)$$

де $T_{пл}$ – температура плавлення.

Таблиця 8.4

Наведена температура $\tau = T/T_{кр}$	Коефіцієнти стисливості для газів і рідин при $z_{кр} = 0,29$ [23]											
	Значення z при наведеному тиску $\pi = \frac{P}{P_{кр}}$											
	1,15	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,01	1,15
від 15 до 3	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	0,985	0,988	0,990	0,990	0,992	0,993	0,994	0,994	0,994	0,994	1,000	0,985
1,5	0,916	0,930	0,939	0,946	0,956	0,965	0,973	0,980	0,986	0,992	0,999	0,916
1,2	0,765	0,799	0,822	0,842	0,888	0,916	0,931	0,948	0,967	0,984	0,998	0,765
1,1	<u>0,641</u>	<u>0,702</u>	0,742	0,776	0,840	0,870	0,899	0,927	0,955	0,979	0,998	<u>0,641</u>
1,0	0,223	0,290	<u>0,544</u>	<u>0,652</u>	<u>0,760</u>	0,808	0,852	0,893	0,934	0,969	0,996	0,223
0,9	0,193	0,169	0,153	0,136	0,103	<u>0,705</u>	<u>0,775</u>	<u>0,840</u>	0,900	0,950	0,995	0,193
0,8	0,190	0,165	0,112	0,133	0,101	0,084	0,067	0,051	<u>0,854</u>	<u>0,925</u>	0,994	0,190
0,7	0,198	0,171	0,155	0,138	0,104	0,087	0,070	0,052	0,035	0,018	0,993	0,198
0,6	0,214	0,186	0,168	0,149	0,112	0,094	0,075	0,056	0,038	0,019	0,990	0,214
0,5	0,241	0,210	0,189	0,168	0,126	0,105	0,084	0,063	0,042	0,021	<u>0,988</u>	0,241
Насичена рідина	–	0,290	0,177	0,150	0,103	0,086	0,068	0,051	0,034	0,018	–	–
Насичений пар	–	0,290	0,460	0,536	0,650	0,698	0,746	0,790	0,830	0,900	–	–

Примітка. Значення над лінією вказані для газоподібних станів, під нею – для рідких.

У літературі [8, 22, 23] наведено залежності коефіцієнта стисливості від тиску та температури для азоту, аргону та повітря, розраховані за рівнянням [1.13]

$$z = \frac{1}{\tau} \left[A + (1 + B)\tau + \frac{c}{\tau} + \frac{D}{\tau^2} \right], \quad (8.28)$$

де $\tau = \frac{T}{T_{кр}}$;

$$\left. \begin{aligned} A &= \sum_{n=1}^7 a_n \omega^n; & B &= \sum_{n=1}^7 b_n \omega^n; \\ C &= \sum_{n=1}^7 c_n \omega^n; & D &= \sum_{n=1}^7 d_n \omega^n; \\ \omega &= \frac{\rho}{\rho_{кр}} = \frac{kP}{T}; & k &= \frac{10}{\rho_{кр} R}, \end{aligned} \right\} \quad (8.29)$$

$n_i = 1...6$ – для повітря; $n_i = 1...9$ – для азоту; $n_i = 1...10$ – для аргону.

В результаті обробки значень за питомою вагою для гелію отримано наступну аналітичну залежність його коефіцієнта стисливості [13]

$$z = \left(\frac{0,14}{T} + 5 \cdot 10^{-5} \right) \cdot P + 0,97, \quad (8.30)$$

де P в атм, T у Кельвінах.

Похибка розрахунку за цим рівнянням не перевищує 1% в діапазоні зміни тиску газу 1...200 ата і температури 50...323 К.

У табл. 8.5 наведено коефіцієнти стисливості різних газів для тиску 150 ата.

Таблиця 8.5

Коефіцієнти стисливості газів (для тиску $P = 15$ МПа) [8, 23]

Температура, °C	0	23	50
Газ			
Гелій	1,071	1,065	1,060
Аргон	0,912	0,947	0,975
Криптон	0,633	0,707	0,764
Азот	1,001	1,023	1,037
Ксенон	0,382	0,395	0,433
Кисень	0,908	0,944	0,971
Водень	1,096	1,090	1,083

Таким чином, варіюючи характерними критичними параметрами різних газів/рідин можна підібрати або розрахувати необхідні значення властивостей, необхідні при їх використанні в якості робочих тіл. Приклади таких процедур більш детально відображені в розділах 3, 5 і 7.

9. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ РАДІО-ЕЛЕКТРИЧНИХ ПРИЛАДІВ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ (НА ПРИКЛАДІ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ)

9.1. Основні поняття моделювання

Моделювання є процес заміщення об'єкта дослідження деякою його моделлю та проведення досліджень на моделі з метою отримання необхідної інформації про об'єкт.

Модель - це фізичний або абстрактний образ модельованого об'єкта, зручний для проведення досліджень і дозволяє адекватно відображати фізичні властивості і характеристики об'єкта, що цікавлять дослідника.

Розрізняють моделювання предметне та абстрактне. При **предметному моделюванні** будують фізичну модель, яка відповідним чином відображає основні фізичні властивості та характеристики об'єкта, що моделюється. **Абстрактне моделювання** пов'язані з побудовою абстрактної моделі – математичні співвідношення, графи, схеми, діаграми тощо. Найбільш потужним та універсальним методом абстрактного моделювання є **математичне моделювання**.

Математичне моделювання дозволяє за допомогою математичних символів та залежностей скласти опис функціонування технічного об'єкта у навколишньому зовнішньому середовищі, визначити вихідні параметри та характеристики, отримати оцінку показників ефективності та якості, здійснити пошук оптимальної структури та параметрів об'єкта. Застосування математичного моделювання при проектуванні в більшості випадків дозволяє відмовитися від фізичного моделювання, значно скоротити обсяги випробувань та доведення робіт, забезпечити створення технічних об'єктів з високими показниками ефективності та якості. Однією з основних компонентів системи проектування у разі стає математична модель.

Проведення досліджень на математичній моделі у процесі проектування називають **обчислювальним експериментом**. Для обчислювального експерименту на комп'ютері необхідно розробити алгоритм реалізації математичної моделі.

Алгоритм – це розпорядження, що визначають послідовність виконання операцій обчислювального процесу. Алгоритми найчастіше представляють як схем чи графів, іноді дають словесне опис. Алгоритм, записаний у формі, що сприймається обчислювальною машиною, є програмною моделлю. Процес програмування називають **програмним моделюванням**.

9.2. Моделювання інерційно-вимірювальних модулів

Сучасні бортові прилади є широкою номенклатурою виробів, побудованих на різних фізичних принципах, що використовують різну елементну базу і призначених для різних об'єктів.

Щоб реалістично промоделювати інерційно-вимірювальні модулі, потрібно врахувати всі складові похибок акселерометрів та гіроскопів такі, як:

- постійне зміщення нуля b
- масштабний коефіцієнт S ,
- шум np .

Рівняння для показань інерційних датчиків має вигляд:

$$\hat{x} = S \cdot x + b + n_n$$

де x – дійсне прискорення чи кутова швидкість.

На показання інерційних датчиків впливає масштабний коефіцієнт – який впливає безпосередньо на дійсне значення (збільшуючи-зменшуючи саме значення), постійне зміщення нуля – є постійною складовою, яка зсуває на постійну величину дійсне значення, шум впливає на корисний сигнал.

Для моделювання необхідно проаналізувати реальні дані, щоб отримати адекватні характеристики зазначених складових похибок.

9.3. Акселерометри

Величину масштабного коефіцієнта та зміщення нуля (а також коефіцієнти перехресного зв'язку) для акселерометра можна визначити за допомогою **статичних випробувань**, що проводяться в гравітаційному полі Землі, наприклад, методом тестових поворотів з використанням оптичної ділильної головки. Визначення основних параметрів акселерометра з їх подальшого використання називають **калібруванням**.

Метод тестових поворотів полягає у вимірі вихідного сигналу об'єкта випробувань у двох положеннях, що відрізняються орієнтацією на 180° .

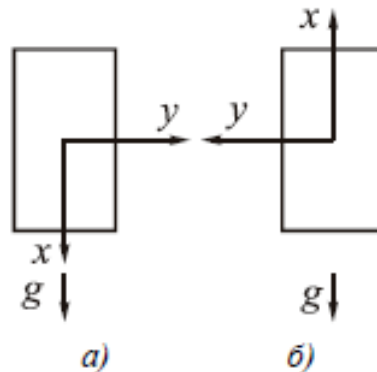
Метод тестових поворотів

Акселерометр із пов'язаною системою координат $Oxyz$. Вісь чутливості акселерометра – вісь Ox . Прискорення має проекції a_x, a_y, a_z на осі $Oxyz$.

Вихідний сигнал осьового акселерометра (напряга U) можна уявити

$$u = u_0 + k_x a_x + k_y a_y + k_z a_z + n_x, \quad (9.1)$$

де u_0 – нульовий сигнал; a_x, a_y, a_z – проекції прискорення \vec{a} ; k_x – масштабний коефіцієнт; k_y, k_z – коефіцієнти перехресного зв'язку; n_x – шумова складова.



Малюнок 9.1. Положення акселерометра

Розташуємо акселерометр так, щоб його вісь чутливості Ox збігалася з напрямком

\vec{g} – прискорення сили тяжіння (малюнок 9.1 а).

Тоді $a_x = -g, a_y = a_z = 0$. Підставимо дані значення у вираз (9.1) Після усереднення вихідного сигналу протягом 60 с отримаємо:

$$u_{\downarrow} = u_0 - k_x g \quad (9.2)$$

Повернемо акселерометр на 180° навколо осі Oz так, щоб вісь чутливості була протилежною напрямку g (малюнок 9.1 б).

Тоді $a_x=g$, $a_y=a_z=0$. Підставимо дані значення у вираз (9.1) Середня вихідний сигналу протягом 60 с, отримаємо:

$$u_{\uparrow} = u_0 + k_x g \quad (9.3)$$

Підсумовуючи сигнали (9.2) та (9.3), отримаємо значення нульового сигналу: $u_0 = \frac{1}{2}(u_{\downarrow} + u_{\uparrow})$.

Віднімаючи сигнали (9.2) і (9.3), отримаємо значення масштабного коефіцієнта: $k_x = \frac{1}{2g}(u_{\downarrow} - u_{\uparrow})$.

Мініатюризація інерційних датчиків обмежена не так можливістю виробництва мікро- і наноструктур, як **впливом шуму на корисний сигнал**. Для дослідження шумових характеристик мікроакселерометрів використовують **варіації Алана**.

Варіації Аллана

Для опису шумових характеристик використовують варіації Аллана.

Нехай у результаті випробування отримані такі дані:

$$x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i, \dots, x_n.$$

Оцінку дисперсії (квадрата незміщеної оцінки СКО) можна обчислити за такою формулою

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{i-1} + x_i) \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{i-1} + x_i).$$

Для двох сусідніх значень x_{i-1} , x_i незміщена оцінка дисперсії обчислюється за формулою:

$$\begin{aligned} \sigma_{i-1,i}^2 &= \frac{1}{2-1} [(x_{i-1} - \bar{x})^2 + (x_i - \bar{x})^2] = x_{i-1}^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot x_{i-1} + \bar{x}^2 + x_i^2 - \\ &- 2 \cdot \bar{x} \cdot x_i + \bar{x}^2 = x_{i-1}^2 - 2 \cdot \bar{x} \cdot (x_{i-1} + x_i) + 2\bar{x}^2 + x_i^2 = \dots = \frac{1}{2} (x_{i-1} - x_i)^2 \end{aligned}$$

Для масиву N вимірів варіації Аллана обчислюються для групи $x_i(M)$ послідовний вимірів

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2K} \sum_{i=1}^K (\bar{x}_{i-1}(M) - \bar{x}_i(M))^2 \sigma_A^2(\tau) = \frac{1}{2K} \sum_{i=1}^K (\bar{x}_{i-1}(M) - \bar{x}_i(M))^2,$$

де $K = \frac{N}{M}$, M – розмір групи, $\bar{x}_i(M)$ – середнє значення групи.

Виходячи з відомих для інерційних вимірників основних фізичних причин виникнення шумових складових та відповідних виразів для спектральної щільності, пропонується апроксимуючий вираз

$$\sigma_A^2(\tau) = R^2 \frac{\tau^2}{2} K^2 \frac{\tau}{3} B^2 \frac{2}{\pi} \ln 2 + N^2 \frac{1}{\tau} + Q^3 \frac{3}{\tau^2},$$

де R , K , B , N , Q – коефіцієнти випадкової швидкості дрейфу, що визначається як:

R – квазідетерміноване зміна вхідної швидкості виду $\omega(t)=Rt$;

K – випадкове блукання швидкості і описувана спектральна щільність

$$S_{\omega}(f) = \left(\frac{K}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{f^2};$$

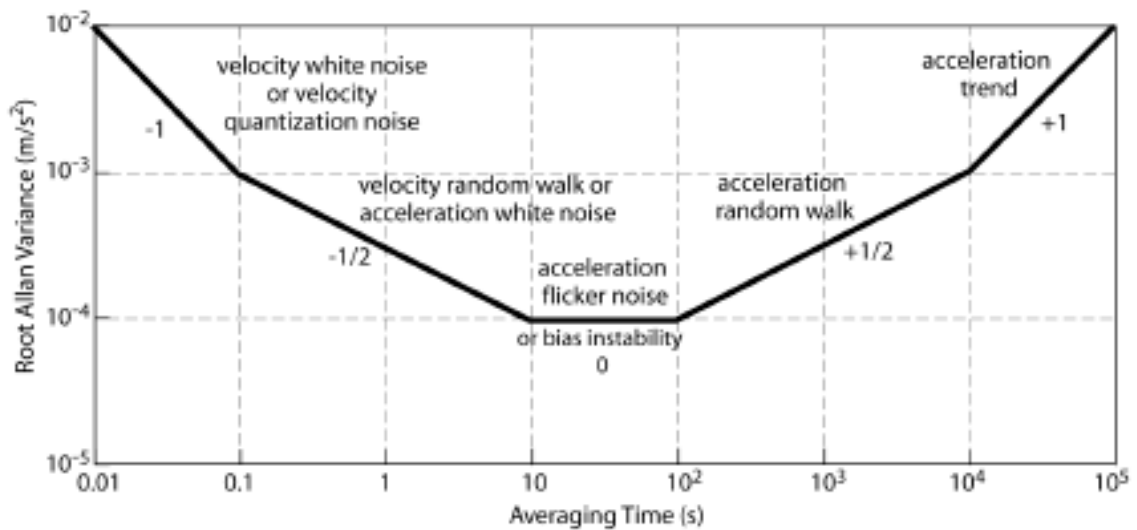
B – нестабільність зміщення нуля і спектральна щільність виду фліккер-шуму

$$S_{\omega}(f) = \begin{cases} \frac{B^2}{2\pi} \frac{1}{f}, & f \leq f_0 \\ 0, & f > f_0 \end{cases}$$

N – випадкове блукання кута $S_{\omega}(f) = N^2$ (білий шум);

Q – квантування вихідного сигналу $S_{\omega}(f) = (2\pi f)^2 Q^2 \tau$.

Насправді використовують графіки, побудовані у логарифмічному масштабі, зміни квадратного кореня від $\sigma^2(\tau)$ залежно від інтервалу кореляції для вихідного сигналу акселерометра.

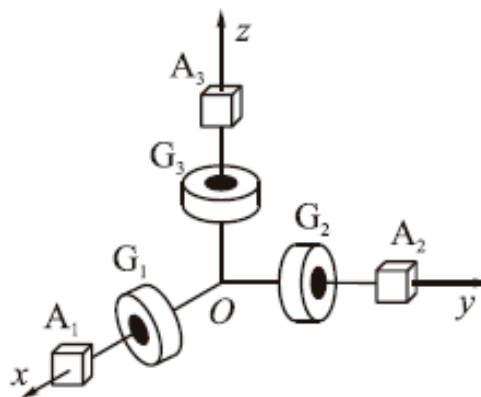


Малюнок 9.2. Графік зміни квадратного кореня від $\sigma_A^2(\tau)$ залежно від інтервалу кореляції для вихідного сигналу акселерометра

До цього розглядалися випробування інерційних чутливих елементів осевих акселерометрів, що використовуються у складі різних інерційних систем (поряд з гіроскопами): інерційні системи орієнтації, безплатформні інерційні навігаційні системи та ін.

Випробування БНС містять етап калібрування інерційно-вимірювальних модулів – визначення параметрів виробу для подальшого використання (облік та компенсація похибок приладу).

Важливо визначати параметри елементів у складі інерційно-вимірювальних модулів, оскільки вихідні параметри акселерометрів та гіроскопів будуть «прив'язані» до його базових осей і можуть відрізнитися від автономних калібрування.



Малюнок 9.3. Інерційно-вимірювальний модуль

Для **блоку осевих акселерометрів** калібрування також проводиться методом тестових поворотів. При калібруванні акселерометрів у складі інерційно-вимірювальних модулів, як правило, використовується оптична ділильна головка, яка дозволяє досить точно повертати об'єкт випробувань навколо горизонтальної осі обертання. Для калібрування блоку акселерометрів

методом тестових поворотів необхідно проводити вимірювання вихідних сигналів, спочатку повертаючи блок, наприклад навколо осі Ox , а потім, переставляючи блок акселерометрів на оптичній ділильній голівки так, щоб поворот здійснювався навколо осі Oy .

Для калібрування блоку акселерометрів скористаємося виразами вихідних сигналів осьових акселерометрів у вигляді

$$\begin{bmatrix} U_{ax} \\ U_{ay} \\ U_{az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ax} \\ B_{ay} \\ B_{az} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{ax} \\ n_{ay} \\ n_{az} \end{bmatrix}$$

де B_{ax}, B_{ay}, B_{az} – нульові сигнали;

a_x, a_y, a_z – проекції прискорення;

k_{11}, k_{22}, k_{33} – масштабні коефіцієнти, інші елементи матриці 3×3 – коефіцієнти перехресного зв'язку;

n_{ax}, n_{ay}, n_{az} – шуми вимірів.

При калібруванні акселерометрів у складі ПМ зазвичай використовується ОДГ. Для зменшення впливу шумів вимірювань вихідні сигнали усереднюються протягом 30-60 секунд. Тому надалі опускатимемо n_{ax}, n_{ay}, n_{az} :

$$U_{ax} = B_{ax} + k_{11}a_x + k_{12}a_y + k_{13}a_z$$

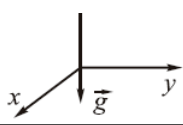
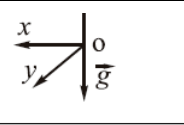
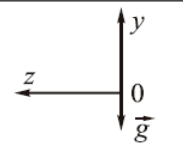
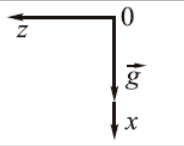
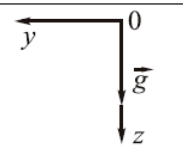
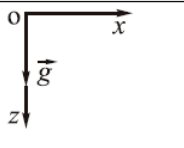
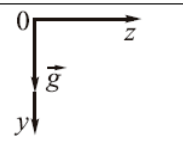
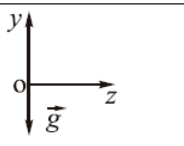
$$U_{ay} = B_{ay} + k_{21}a_x + k_{22}a_y + k_{23}a_z$$

$$U_{az} = B_{az} + k_{31}a_x + k_{32}a_y + k_{33}a_z$$

Для послідовності фіксованих положень отримаємо значення вихідних сигналів акселерометрів.

Таблиця 9.1.

Вихідні сигнали блоку акселерометрів

Положення	Проекції прискорення	Вихідні сигнали аксельрометру	Положення	Проекції прискорення	Вихідні сигнали аксельрометру		
Поворот навколо Ox			Поворот навколо Oy				
1		$a_y = 0$ $a_z = g$	$U_{ay1} = B_{ay} + k_{23} \cdot g$ $U_{az1} = B_{az} + k_{33} \cdot g$	5		$a_y = 0$ $a_z = g$	$U_{ay5} = B_{ay} + k_{23} \cdot g$ $U_{az5} = B_{az} + k_{33} \cdot g$
2		$a_x = 0$ $a_y = g$ $a_z = 0$	$U_{ax2} = B_{ax} + k_{12} \cdot g$ $U_{ay2} = B_{ay} + k_{22} \cdot g$ $U_{az2} = B_{az} + k_{32} \cdot g$	6		$a_x = -g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$U_{ax6} = B_{ax} - k_{11} \cdot g$ $U_{ay6} = B_{ay} - k_{21} \cdot g$ $U_{az6} = B_{az} - k_{31} \cdot g$
3		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$U_{ax3} = B_{ax} - k_{13} \cdot g$ $U_{ay3} = B_{ay} - k_{23} \cdot g$ $U_{az3} = B_{az} - k_{33} \cdot g$	7		$a_x = 0$ $a_y = 0$ $a_z = -g$	$U_{ax7} = B_{ax} - k_{13} \cdot g$ $U_{ay7} = B_{ay} - k_{23} \cdot g$ $U_{az7} = B_{az} - k_{33} \cdot g$
4		$a_x = 0$ $a_y = -g$ $a_z = 0$	$U_{ax4} = B_{ax} - k_{12} \cdot g$ $U_{ay4} = B_{ay} - k_{22} \cdot g$ $U_{az4} = B_{az} - k_{32} \cdot g$	8		$a_x = g$ $a_y = 0$ $a_z = 0$	$U_{ax8} = B_{ax} + k_{11} \cdot g$ $U_{ay8} = B_{ay} + k_{21} \cdot g$ $U_{az8} = B_{az} + k_{31} \cdot g$

Використовуючи отримані вирази вхідних сигналів акселерометрів, обчислюємо параметри блоку осьових акселерометрів:

$$B_{ax} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{axi}, \quad B_{ay} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{ayi}, \quad B_{az} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 U_{azi};$$

$$k_{11} = \frac{1}{2g} (U_{ax6} - U_{ax8}), \quad k_{12} = \frac{1}{2g} (U_{ax4} - U_{ax2}), \quad k_{13} = \frac{1}{4g} (U_{ax3} + U_{ax7} - U_{ax1} - U_{ax5});$$

$$k_{21} = \frac{1}{2g} (U_{ay6} - U_{ay8}), \quad k_{22} = \frac{1}{2g} (U_{ay4} - U_{ay2}), \quad k_{23} = \frac{1}{4g} (U_{ay3} + U_{ay7} - U_{ay1} - U_{ay5});$$

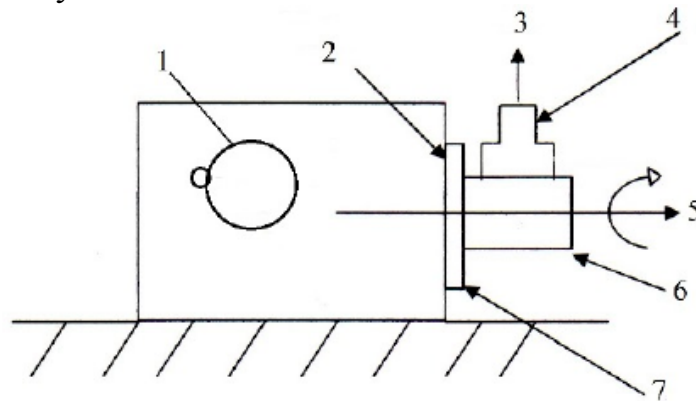
$$k_{31} = \frac{1}{2g} (U_{az6} - U_{az8}), \quad k_{32} = \frac{1}{2g} (U_{az4} - U_{az2}), \quad k_{33} = \frac{1}{4g} (U_{az3} + U_{az7} - U_{az1} - U_{az5});$$

9.4. Оптична розділювальна головка

Для статичних випробувань інерційних приладів використовують оптичну ділильну голівку, схема якої зображена на малюнку 9.4.

Тут запроваджено такі позначення: 1 – ручний привід повороту осі обертання ОДГ, 2 – шкала відліку кутів повороту, 3 – вісь чутливості об'єкта випробувань, 4 – об'єкт випробувань (наприклад, акселерометр), 5 – вісь обертання ОДГ, 6 – вал обертання, 7 – Монтажний диск.

ОДГ дозволяє повертати об'єкт випробувань на рівні чи нерівні кути навколо осі обертання з великою точністю. Точність кута повороту вказується в маркуванні ОДГ. Наприклад, ОДГ-5 означає, що ціна поділу кута повороту ОДГ становить 5 кутових секунд.



Малюнок 9.4. Схема оптичної ділильної головки

Оскільки нахил ОДГ щодо вертикалі викликає додаткову похибку у вимірах, для виставки ОДГ щодо площини горизонту можуть використовуватися прецизійні рідинні рівні. При цьому регулювання нахилів відбувається з використанням гвинтів у стійках основи.

10. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ВІДДІЛЕННЯ ГОЛОВНИХ ОБТІЧНИКІВ, СТУПЕНІВ І ОБ'ЄКТІВ, А ТАКОЖ ПРОТЕХНІЧНИХ ПРИСТРОЇВ

10.1. Загальні положення

Зважаючи на підвищені вимоги, що пред'являються до надійності функціонування, системи поділу в цілому та складові їх елементи проходять ретельне і всебічне експериментальне відпрацювання. При відпрацюванні конкретної системи поділу спочатку випробовуються і доводяться входять до її складу елементи кріплення і поділу, а також супутні елементи, причому особливо ретельно перевіряються ті з них, які містять піротехнічні пристрої. Елементи систем поділу, будучи за своєю природою пристроями одноразової дії, повинні випробовуватися на основі статистичних методів. Тільки за результатами серії випробувань і кожного випробування окремо можна отримати вичерпну інформацію. Необхідні випробування елементів систем поділу після сукупного або послідовного впливу на них різних умов навколишнього середовища.

З метою отримання вичерпної інформації розробляється програма випробувань з технічною документацією, що містить такі матеріали [15-20]:

1. Програму з перерахуванням всіх випробувань, яким піддається даний елемент конструкції.
2. Короткий і чіткий опис кожного послідовного випробування з вказівкою вихідних даних.
3. Детальний опис обладнання та стендових установок, які передбачається використовувати під час випробування.
4. Детальний опис порядку монтажу обладнання, зазначеного у п. 3, необхідних його тарування та перевірок перед випробуванням.
5. Детальний опис методики випробувань.
6. Бланк результатів випробувань. У цьому бланку в кожній графі вказуються умови проведення випробувань, а також вся інформація, яка має бути отримана в їхньому ході.
7. Детальний опис методів обробки експериментальних даних.

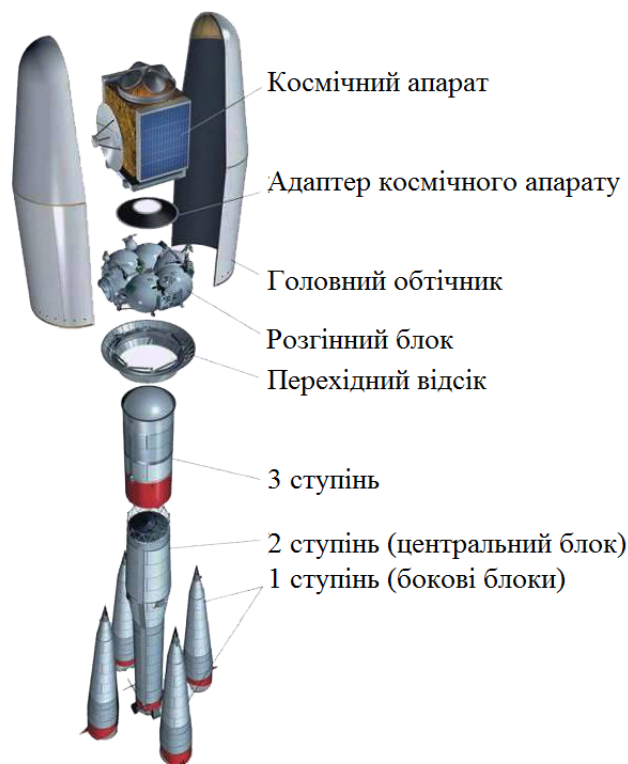
Цей перелік має загальний характер і для кожного конкретного елемента необхідно проаналізувати технічні вимоги та визначити основні типи випробувань.

Весь процес експериментального відпрацювання елементів, що входять до складу систем поділу, проводиться у певній послідовності і поділяється на ряд етапів. Основними з них є: налагоджувальні випробування; довідкові випробування; здавальні випробування; контрольно-вибіркові випробування.

Для забезпечення високої конструктивної досконалості, конструкція раке-ти повинна мати мінімальну масу, з цією метою виникає необхідність у розділенні ступенів та інших елементів конструкції в процесі польоту РН.

Між собою ракетні шаблі (блоки) та елементи конструкції з'єднуються силовими зв'язками, які розриваються в процесі розділення конструкції. Система відділення призначена для відділення та виведення з траєкторії виведення відпрацьованих ракетних блоків, відділення корисного вантажу від ракетного блоку останньої ступені ракетноносія, скидання пасивних мас, що виконали своє

функціональне призначення, розділення конструкції утримання ракети на пусковому столі, а також для оснащення ракети системою аварійного припинення польоту та ін. Схематично конструктивні елементи РН, що відокремлюються в польоті зображені на малюнку 10.1.



Малюнок 10.1. Конструктивні елементи РН, що відокремлюються в польоті

Сам процес розділення не вирішує завдання відділення, оскільки необхідно не тільки фізично відокремити один від одного блоки, елементи конструкції, але і забезпечити їх без ударної розбіжності на безпечну відстань, тому процес відділення можна записати у вигляді таких етапів:

Відділення = Поділ (розрив силових зв'язків) – Відділення (відносний рух тіл, що розділяються)

Поділ (розрив силових зв'язків)

10.2. Схеми розділення ракетних блоків

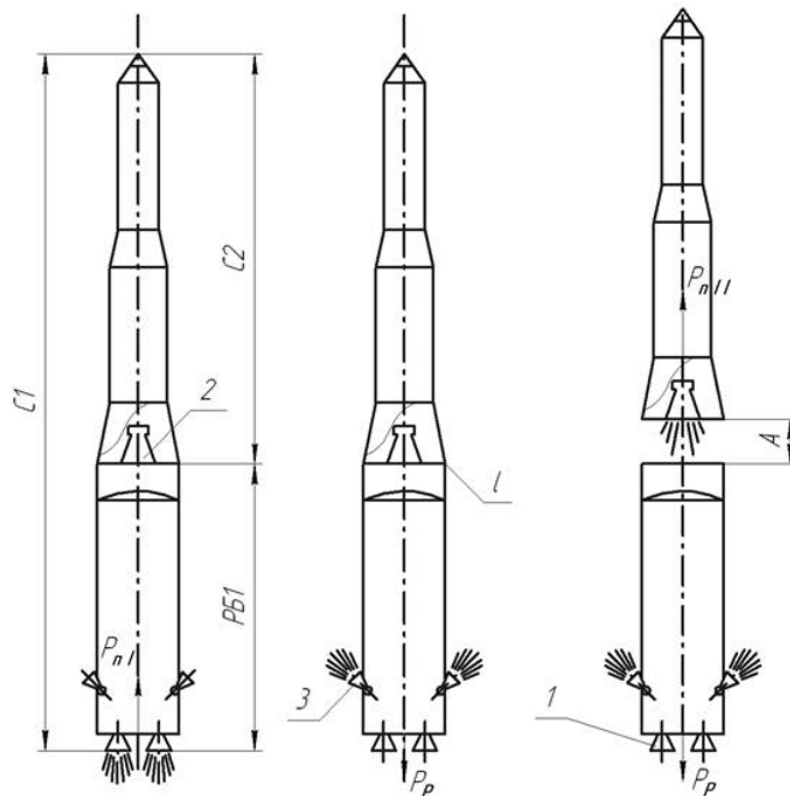
Існують різні схеми розділення ракетних блоків, наприклад

- схема розділення залежно від розташування ракетних блоків один від одного («тандем», «пакет»);

- схема розділення в залежності від моменту запуску основного двигуна подальшої ступеня і моменту розриву зв'язків («холодну», «гарячу»).

Поділ ступенів у схемі «тандем» зводиться до осьового скидання відпрацьованої ракетної частини за схемою як «холодного», так і «гарячого» розділення. «Холодна» схема розділення передбачає розрив зв'язків, гальмування і відведення відпрацьованого ракетного блоку на безпечну відстань до запуску основного двигуна подальшої ступеня, див. 10.2. Відділення відпрацьованого ракетного блоку відбувається під дією сили тяги двигунів відділення, які починають працювати через деяку годину після моменту вимкнення основних двигунів і розкриття замків зв'язку. При цьому двигун подальшої ступеня не

включається до відходу ракетної частини попередньої ступеня на безпечне відстань.



Малюнок 10.2. Схема холодного розділення ступенів «тандем»

а – робота двигуна першого ступеня; б – вимкнення двигуна першого ступеня, розкриття замків стику першого й другого ступеня, запуск двигунів розділення;

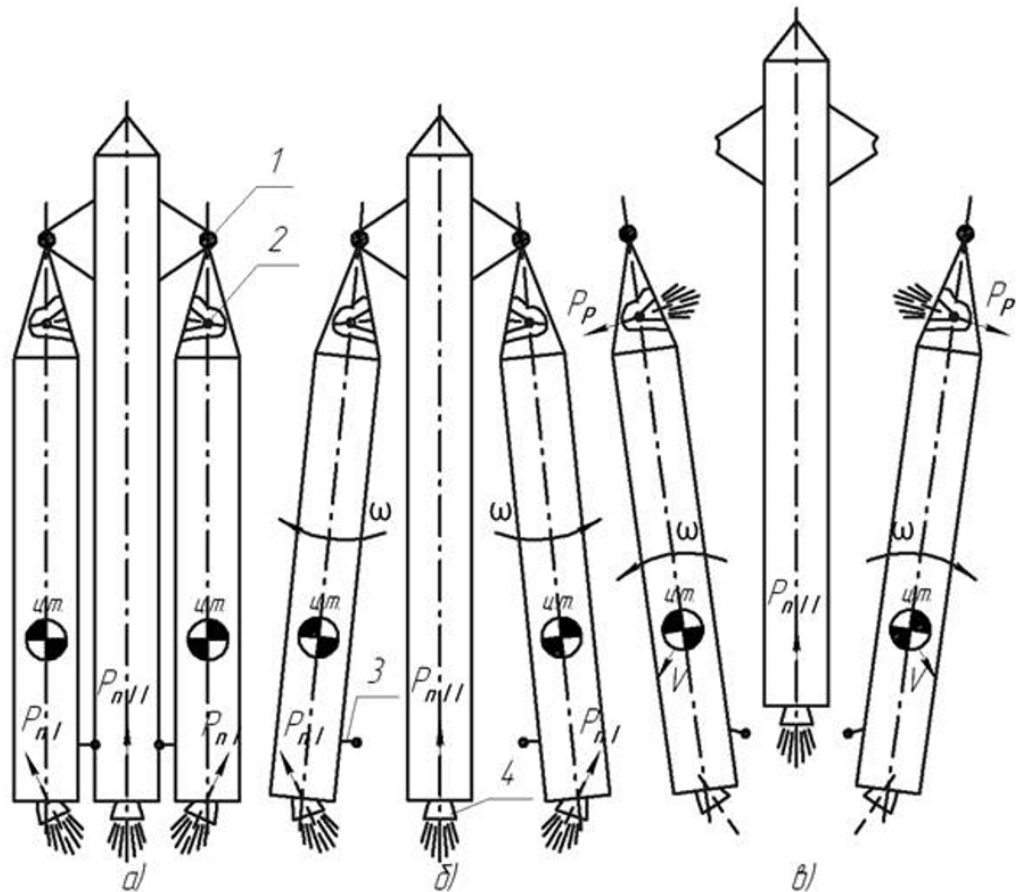
в – відведення ракетного блоку першої ступені на безпечну відстань від другого ступеня під дією двигунів розділення, запуск двигуна другого ступеня;

1 – двигун другого ступеня; 2 – двигун першої ступені;

3 – двигуни розділення (гальмівні)

У схемі «пакет» ступені ракети розташовані паралельно, з'єднані між собою у верхньому і нижньому силових поясах. Ракети-носії при «пакетній» схемі можуть мати послідовний або одночасний запуск рухових установок щаблів. Послідовний запуск у разі аналогічний запуску за схемою «тандем». При одночасному запуску двигунів у схемі «пакет» двигуни II ступеня запускаються при старті, що підвищує надійність їх запуску.

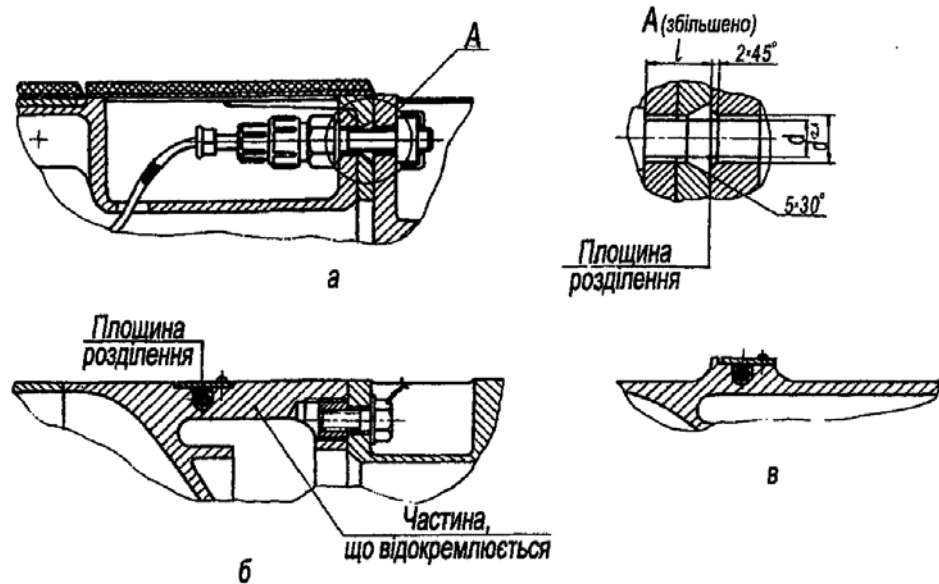
Поділ ракетних блоків при «пакетній» схемі у порівнянні зі схемою «тандем» ускладнюється. Схема відведення бічних блоків з розворотом щодо верхнього узла силових зв'язків представлена на малюнку 10.3. Стрілками показано напрямки дії тяги двигунів. Під час розділення, виконуються наступні операції: розрив нижніх силових зв'язків, видача команди на вимкнення двигунів бічних блоків; розворот бічних ракетних блоків під дією імпульсу післядії двигунів бічних блоків; розрив верхніх силових зв'язків, розворот бокових блоків щодо їх центру тяжкості під дією двигунів розділення.



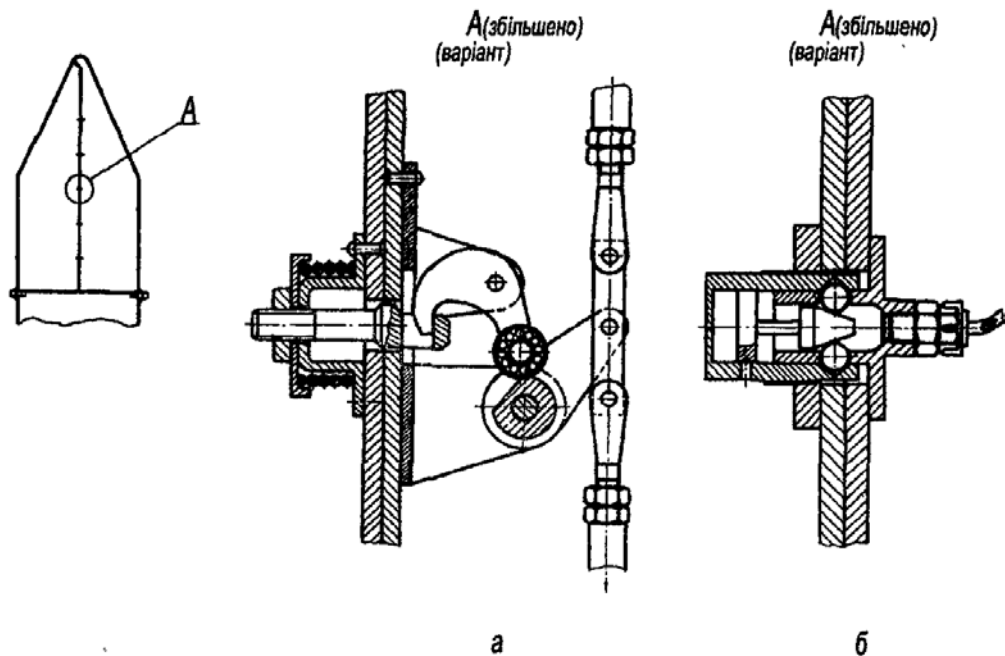
Малюнок 10.3. Схема відведення бічних блоків з розворотом щодо верхнього вузла силових зв'язків

- а – розрив нижніх силових зв'язків, видача команди на вимкнення двигунів бічних блоків;
- б – розворот бічних ракетних блоків під дією імпульсу післядії двигунів бічних блоків;
- в – розрив верхніх силових зв'язків, розворот бічних блоків щодо їх центру тяжкості під дією двигунів розділення;
- 1 – верхній вузол силовий зв'язку; 2 – двигуни розділення;
- 3 – нижній вузол силовий зв'язку; 4 – двигуни ракетних частин

Розрив силових зв'язків. Силі зв'язки ракетних блоків та відділяних елементів конструкції між собою, а також їх фізичне відділення забезпечують піроболти, пірозамки, пневмозамки, механічні замки та оболонкові конструкції з піротехнічними пристроями кумулятивної дії. На малюнках 10.4, 10.5 зображено типові конструкції стиків та замків системи розділення.



Малюнок 10.4. Типова конструкція функціонального стику а – з використанням піроболту; б, в – з використанням продовженого пірозаряду

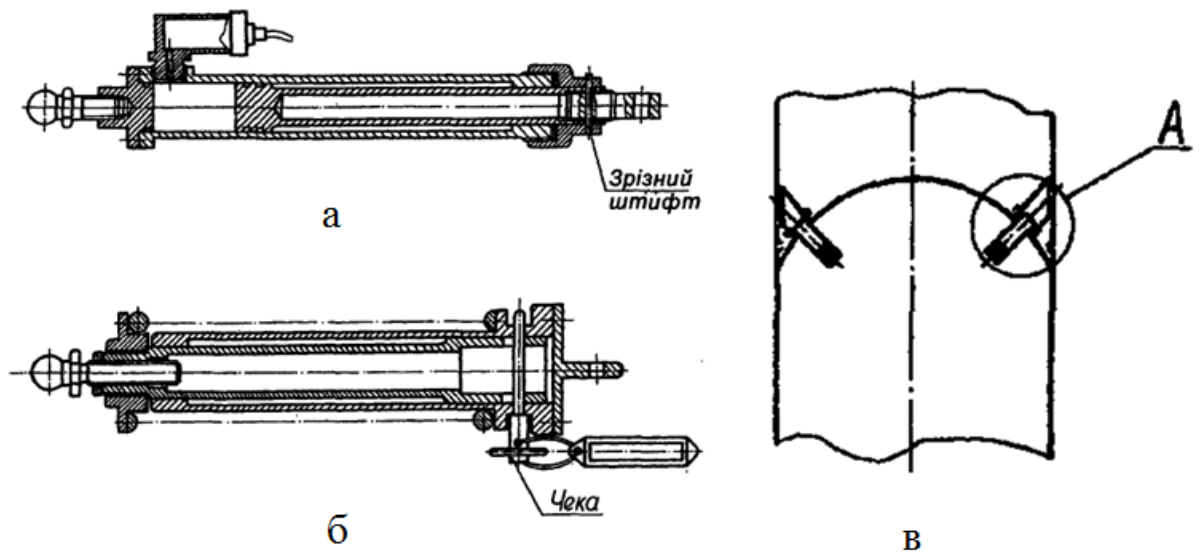


Малюнок 10.5. Конструкція механічних замків а – важільно-кулачкового; б – кулькового

Для здійснення процесу розділення не достатньо лише розірвати зв'язки. Необхідно також надати розділам, що розділилися, відносну швидкість. Як джерела енергії і виконавчі органи створення відносної швидкості можуть використовуватися:

- піротехнічні, пневматичні чи пружинні штовхачі;
- порохові реактивні двигуни (ПРД) чи рідинні реактивні двигуни (РРД) малої тяги;
- сопла газореактивної системи (ГРС);
- піроболти (ПБ);
- подовжені заряди, що детонують (ПДЗ) чи подовжені кумулятивні заряди (ПКЗ);

- пристрої, що працюють за іншими принципами (аеродинамічне гальмування, створення тиску у внутрішній порожнині поділюваних відсіків і т.д.).
 На малюнку 10.6 зображено типові конструкції вузлів, які надають частинам, що розділяються, потрібну відносну швидкість.



Малюнок 10.6. Типові конструкції вузлів, які надають частинам, що розділяються, необхідну відносну швидкість
 а – конструкція піроштовхача; б – конструкція пружинного штовхача;
 в – конструкція сопла газореактивної системи гальмування

10.3. Відпрацювання дослідної конструкції

Таким чином, важливою частиною успішного виконання завдання розділення є надійне функціонування системи розділення. Відмова спрацювання хоча б одного з елементів або неправильний вибір їх характеристик веде, як правило, до аварійних ситуацій, та як наслідок до невиконання програми польоту.

Вимоги до сучасних систем розділення

- висока надійність розділення перепони;
- невелика вартість;
- невеликі габарити конструкції;
- малий вага конструкції;
- миттєвий поділ перепони;
- працювати в режимі очікування, без періодичного технічного обслуговування системи;
- герметичність відсіків корисного навантаження.

Наведені вище критерії вимагають ретельного відпрацювання, особливо з піроелементами.

Відпрацювання дослідної конструкції можна розділити на наступні кроки:

1. Пишається програма випробувань.
2. Проводиться дослідне відпрацювання.

Дослідне відпрацювання складається з наступних етапів:

- налагоджувальні – ціль виявлення конструктивних недоліків;
- довершувальні – основні, дають однозначну відповідь на роботу конструкції; включають випробування вібраційні, динамічні, температурні, у

вакуумі, на транспортування тощо; на цьому етапі визначають роботу що здійснюється піроштовхачами, силу розстиковки, розкриття, граничну міцність, час спрацювання піропристроїв, час розкриття замку.

- здаточні – отримують підтвердження, висновки про працездатність;
 - контрольно-вибіркові – визначають основні кінематичні і динамічні параметри розділення, такі як лінійна відносна швидкість, кутові швидкості розділяємих тіл, віброперевантаження; дається висновки про встановлення на літальний апарат.

10.4. Приведення дослідних результатів до натурних умов

Під час довершувальних випробувань, якщо створити реальні умови дослідження не можливо, то отримані результати при випробуваннях перераховують на натурні умови.

Дослідна відпрацювання системи розділення як в цілому, так і окремих її елементів дозволяє отримати цілий ряд значень механічних і кінематичних параметрів, які в більшості випадків відрізняються від аналогічних значень, що мають місце в реальних умовах. Ця невідповідність пояснюється труднощами, а найчастіше і неможливістю повного відтворення їх в процесі дослідного відпрацювання. Розглянемо лише найпростіші питання, пов'язані з аналізом дослідних даних і приведенням їх до натурних умов.

Припустимо, що для відділення незначного по масі і габаритам елемента конструкції використовується піроштовхач. Відокремлюваний елемент встановлений на рейковому візку. Імітувати рухливість другого тіла немає необхідності, так як його маса на кілька порядків більше відокремлюваної. Нехай при дослідному відпрацюванні відділяема маса m_e , швидкість її ЦМ після повного спрацювання піроштовхача V_3 . Робота піроштовхача витрачається на повідомлення швидкості відокремлюваної масі і деформацію конструкції. Натурна конструкція і конструкція дослідної установки повинні бути рівними по жорсткості (така вимога до дослідного встановлення, як правило, записується в технічному завданні на її розробку), тому піроштовхач надає одну і ту ж кінетичну енергію в досліді і в натурних умовах:

$$m_3 v_3^2 = m_H v_H^2$$

де m_H – маса, що відділяється в натурних умовах; V_H - швидкість її ЦМ.

Таким чином,

$$v_H = v_3 \sqrt{\frac{m_3}{m_H}} = v_3 \sqrt{\frac{m_3}{m_H}}$$

(10.1)

У тому випадку, коли відокремлюються тіла, наприклад корисний вантаж і відпрацьована ступінь, мають сумірні маси (m_1 і m_2), їх відносна швидкість V_H є сума величин (модулів) прирощення швидкостей, які вони отримують після повного спрацювання піроштовхача:

$$v_H = \sqrt{\frac{2A(m_1+m_2)}{m_1 m_2}} v_H = \sqrt{\frac{2A(m_1+m_2)}{m_1 m_2}},$$

де A – повна робота.

Приймаючи до уваги, що піроштовхач має одне і те ж значення роботи в натурних дослідних умовах, у цьому випадку матимемо:

$$v_H = v_3 \sqrt{\frac{m_3(m_1+m_2)}{m_1 m_2}} = v_3 \sqrt{\frac{m_3(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}.$$

Роботу будь-якого толкача A_T можна визначити на установках маятникового типу шляхом заміру відхилення маятника. З рівності кінетичної енергії відокремлюваної маси математичного маятника в момент спрацьовування штовхача та її потенційної енергії у максимально відхиленому положенні маятника знайдемо

$$\frac{1}{2} m_3 v_3^2 = m_3 g h = m_3 g l_M (1 - \cos \varphi) = A_T,$$

де h – підйом маятника; l_M – довжина маятника;

φ – максимальний кут його відхилення.

Виконавши замір, наприклад, за допомогою засобів відеореєстрації, кут φ і m_3 , можливо визначити A_T і V_3 , а отже, скориставшись співвідношенням (10.1), і V_H .

При комплексних випробуваннях визначаються втрати роботи A_H на подолання сил опору (тертя на шпильках, розстикування роз'ємів і т. д.). Ефективна робота $A_{\text{эф}}$ засобів відділення буде менше повної роботи A :

$$A_{\text{эф}} = A - A_H.$$

При проведенні випробувань за визначенням $A_{\text{эф}}$ зазвичай немає необхідності повністю імітувати натурні умови, а досить відтворити сили опору на ділянці роботи засобів відділення і таким чином визначити A_H . Ефективну роботу засобів відділення можливо знайти через кінетичну енергію відділяемого від нерухомої опори тіла в момент повного спрацьовування засобів відділення, вимірявши при цьому лінійну і кутову швидкості відділення:

$$A_{\text{эф}} = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + \frac{1}{2} J_{C_3} \omega_3^2 = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + \frac{1}{2} J_{C_3} \omega_3^2,$$

де ω_3 , J_{C_3} – кутова швидкість і головний центральний момент інерції тіла, відділяемого на дослідній установці.

Ефективний імпульс засобів відділення визначають шляхом відстрілу тіла, повідомивши йому прямолінійний поступальний рух:

$$I_{\text{эф}} = \frac{1}{2} m_3 v_3.$$

У випадку відстрілу тіла, що має вісь обертання,

$$I_{\text{эф}} = \frac{1}{r} J_3 \omega_3,$$

де r – плече відносно осі обертання, на яке прикладений імпульс.

При комплексних випробуваннях на дослідних установках рейкового типу з двома рухливими масами засобами вимірювання визначаються швидкості рухомих тел після спрацьовування засобів відділення. Знаючи значення цих швидкостей, можливо знайти

$$A_{\text{эф}} = \frac{1}{2} m_{13} v_{13}^2 + \frac{1}{2} m_{23} v_{23}^2 = \frac{1}{2} m_{13} v_{13}^2 + \frac{1}{2} m_{23} v_{23}^2.$$

Для перерахунку кутових швидкостей використовують рівність кінетичних моментів дослідної і натурної систем при однакових імпульсах засобів відділення і ідентичності дослідного і штатного стиків. Тоді

$$\omega_H = \frac{J_3}{J_H} \omega_3,$$

де ω_H , J_H – кутова швидкість і головний центральний момент інерції натурної системи.

Приведені співвідношення дозволяють лише наближено оцінити отримані результати. В деяких випадках приведення дослідних даних до натурних умов викликає великі труднощі і вимагає розробки спеціальних методик. При відділенні, наприклад, тіла з рухомий віссю обертання в земних і іншопланетних умовах доводиться досліджувати обидва випадку. Істотним тут є відмінність в прискореннях вільного падіння.

Запропонований підхід до моделювання процесів відділення може служити базою для рішення цілого ряду конкретних інженерних задач.

10.5. Умови подібності під час експериментального відпрацювання розділення на моделях

При динамічних випробуваннях з літака скидається або відстрілюється модель об'єкта, що досліджується. Для перерахунку результатів експерименту на парні умови необхідно забезпечити схожість рухів моделі та натурі.

Вважаючи кут атаки літака в момент відділення об'єкта малим і розглядаючи тільки початкову ділянку руху після відділення, можна, як показано в роботі [15], визначити кути атаки α і ковзання об'єкта, що відокремлюється, за формулами

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{u_0 \sin\vartheta \cos\psi + \dot{y}}{u_0 \cos\vartheta \cos\psi + \dot{x}}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{u_0 \sin\vartheta \cos\psi + \dot{y}}{u_0 \cos\vartheta \cos\psi + \dot{x}}; \quad \sin\beta = \frac{u_0 \sin\psi - \dot{z}}{u}; \quad \sin\beta = \frac{u_0 \sin\psi - \dot{z}}{u},$$

де u_0 - швидкість незбурного набігає потоку повітря; u - повна швидкість потоку повітря, що набігає; \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} - компоненти додаткової швидкості об'єкта, що відокремлюється, що повідомляються йому в процесі поділу діючими силами.

Якщо кути ϑ і ψ не перевищують 20-30°, а відношення u/u_0 приймає значення, менші 0,3 (u додаткова швидкість, що повідомляється об'єкту, що відокремлюється), то попередні співвідношення можна звести до наступних:

$$\alpha = \frac{\vartheta + \dot{y}/u_0}{1 + \dot{x}/u_0}; \quad \alpha = \frac{\vartheta + \dot{y}/u_0}{1 + \dot{x}/u_0}; \quad \beta = \frac{\psi - \dot{z}/u_0}{1 + \dot{x}/u_0}; \quad \beta = \frac{\psi - \dot{z}/u_0}{1 + \dot{x}/u_0}.$$

При виведенні умов подібності прийнято такі припущення:

- 1) число Маха M потоку, що обтікає модель, справиться з натурним;
- 2) вплив числа Рейнольдса Re не враховується;
- 3) аеродинамічні коефіцієнти моделі та натурі вважаються рівними.

Розглянемо умови подібності при відокремленні від літака контейнерів із твердим заповнювачем. Компоненти швидкості \dot{x} , \dot{y} і \dot{z} повідомляються контейнеру діючими на нього силами на початковій ділянці відокремлення від літака, малі порівняно із зазначеною вище швидкістю u_0 . Тому аеродинамічні коефіцієнти можна в даному випадку віднести до швидкості u_0 .

Як показано в роботі [15], для здійснення подібності рухів моделі контейнера, що скидається, і її натурі необхідно задовольнити наступні умови:

$$\frac{l_n}{l_m} = \Pi_1; \quad \frac{m_n}{m_m} = \Pi_1^3 \frac{\rho_n}{\rho_m}; \quad \frac{J_n}{J_m} = \Pi_1^5 \frac{\rho_n}{\rho_m}; \quad \frac{(u_0^2)_n}{(u_0^2)_m} = \Pi_1; \quad \frac{\rho_{kn}}{\rho_{km}}, \quad (10.2)$$

де l - характерний розмір; m та J - маса та момент інерції контейнера; ρ_k і ρ - щільності відповідно контейнера та обтікаючого потоку повітря; індекс "н" віднесено до параметрів натурі, індекс «м» - параметрів моделі.

Умови (10.2) отримані у разі нехтування демпфуванням. У роботі [16] показано, що при виконанні $\frac{(u_0)_n}{(u_0)_m} = \sqrt{\Pi_1}$ на моделі точно відтворюється швидкість загасання коливань руху натурі. Зазвичай при дозвукових і невеликих

надзвукових швидкостях прагнуть виконати умову $(u_0)_H \approx (u_0)_M$, а за великих надзвукових швидкостях – умова $(u_0)_H > (u_0)_M$.

Формула для кута атаки, отримана вище, для випадку руху контейнера наводиться до вигляду [15]

$$(\alpha)_M = \frac{\vartheta + (\dot{x}/u_0)_H (u_0)_H / (u_0)_M^{1/\sqrt{\Pi_1}}}{1 + (\dot{x}/u_0)_H (u_0)_H / (u_0)_M^{1/\sqrt{\Pi_1}}}.$$

З її аналізу випливає, що якщо $(u_0)_H / (u_0)_M \neq \sqrt{\Pi_1}$, то при моделюванні виникають помилки у величині кута атаки. При такому моделюванні виникають помилки та у величині кута ковзання.

Умови подібності (10.2), отримані для моделювання руху контейнера, залишаються справедливими для руху баків. Однак при скиданні з літаків баків, частково заповнених рідким паливом, мають місце особливості, що вимагають їхнього додаткового розгляду.

При аналізі подібності руху в цьому випадку зазвичай нехтують впливом хвильового руху рідини на її поверхні і фазою обурення рідини в баку.

Вплив залишків рідини в баку при моделюванні його руху в основному зводиться до зміни моментів інерції. Якщо еліпсоїд інерції щодо центру мас рідини є еліпсоїдом обертання, то ефективний момент інерції залишків рідини можна визначити за формулою [15]

$$I_{ж.т.} = I_{з.т.} \frac{[(a/b)^2 - 1]}{[(a/b)^2 + 1]},$$

де $I_{з.т.}$ – момент інерції "затверділого" палива; a/b - відношення півосей еліпсоїда інерції рідини.

Експерименти показали, що наведене вище вираз залишається практично незмінним від повного заповнення бака до його наповнення на 10%, а вплив в'язкості, наприклад, авіаційних палив па рух бака мало.

Відповідно до співвідношень (7.3) у даному випадку можна написати

$$\frac{(I_{ж.т.})_H}{(I_{з.т.})_H} = \Pi_1^5 (\rho_T)_H / (\rho_T)_M,$$

де ρ_T – щільність рідкого палива.

Розглянемо умови подібності при відокремленні від літака активного космічного апарату. Особливістю такого відділення є досягнення великих значень відношення \dot{x}/u_0 , де \dot{x} – компонента швидкості, що повідомляється апарату діючими її у силами при відділенні. У цьому випадку аеродинамічні коефіцієнти відносяться до істинної швидкості $u_0 + \dot{x}$.

Аналогічно тому, як це зроблено для контейнера, можна отримати такі умови подібності руху апарату, що відокремлюється від літака:

$$\begin{aligned} \frac{I_H}{I_M} &= \Pi_1; \frac{m_H}{m_M} = \Pi_1^3 \frac{(\rho_p)_H}{(\rho_p)_M}; \frac{J_H}{J_M} = \Pi_1^5 \frac{(\rho_p)_H}{(\rho_p)_M}; \\ \frac{(P_p)_H}{(P_p)_M} &= \Pi_1^2 \frac{(\rho u_0^2)_H}{(\rho u_0^2)_M}; \frac{(\rho_p)_H \rho_H}{(\rho_p)_M \rho_M} = 1, \end{aligned} \quad (10.3)$$

де ρ_p – щільність космічного апарату.

У ряді випадків, особливо на початковій ділянці руху космічного апарату, що відокремлюється, необхідно моделювати струмінь двигуна. Кут розходження

надзвукового струменя залежить від відношення середнього числа Маха M_z струменя до середнього числа Маха M_∞ потоку, що набігає. Для геометричної подібності струменів моделі та натури потрібно виконати умови

$$\frac{(M_z)_H}{(M_z)_M} = 1; \quad \frac{(S_{ст})_H}{(S_{ст})_M} = \Pi_1^2.$$

де $S_{ст}$ – площа поперечного перерізу струменя.

На космічний апарат, що обертається, можуть діяти значні сили і моменти Магнуса. Однак, як показано в роботі [15], подібність моделі і натури апарату, що обертається, може бути досягнуто, якщо допустиме зневага силами Магнуса.

11. МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХОВИХ УСТАНОВОК

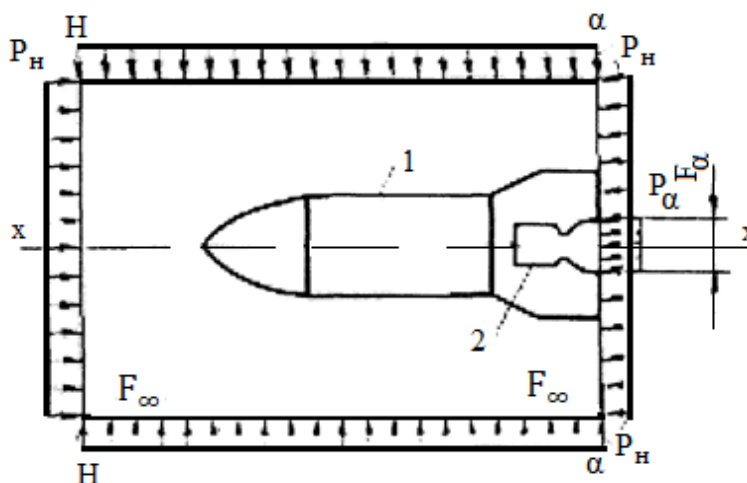
Розглянемо найпоширеніші у практиці ракетобудування рідинні ракетні двигуни (РРД).

Процеси, що відбувається в агрегатах РРД, настільки складні, що описати їх за допомогою математичних залежностей не вдається. Проте теоретичний аналіз процесів та наявні експериментальні дані дозволяють виділити основні чинники.

Використовуючи спрощені фізичні ставлення до процесів в елементах і агрегатах РРД, їх можна описати як спрощених математичних залежностей. Такий опис процесів прийнято називати математичною моделлю роботи елемента чи агрегату. Сукупність математичних моделей елементів та агрегатів РРД становить математичну модель двигуна.

Математичне моделювання дозволяє суттєво скоротити терміни та вартість розробки РРД. На початкових етапах розробки визначаються значення основних параметрів РРД, до яких входять: тяга двигуна, імпульс тяги, питомий імпульс, питома маса та інших.

Під тягою $P(H)$ слід розуміти реактивну силу, що створюється РРД. Цю силу можна визначити згідно з теоремою про кількість руху, на підставі якої сума зовнішніх сил, прикладених до замкнутого контуру, дорівнює зміні секундної кількості руху. Розрахункова схема наведена малюнку 11.1.



Малюнок 11.1. Розрахункова схема РРД

Тяга двигуна визначається за такою формулою:

$$P = \dot{m}w_{\alpha} + F_{\alpha}(p_{\alpha} - p_H),$$

де \dot{m} – секундна масова витрата палива, w_{α} – швидкість закінчення на зрізі сопла камери, F_{α} – площа зрізу сопла, p_{α} – тиск на зрізі сопла, p_H – тиск навколишнього середовища

Значення тяги дозволяє судити про масштаби рухової установки (її маси та габарити). Існуючі РРД мають тяги від часток до кількох сотень мільйонів ньютонів.

Потрібне прискорення траєкторії польоту ЛА визначає необхідну тягу двигуна під час польоту. Залежність тяги від часу польоту називається тяговою характеристикою.

Імпульсом тяги ракетного двигуна є інтеграл тяги за часом його роботи:

$$I_{\Sigma} = \int_0^{t_{\text{раб}}} P(\tau) d\tau,$$

де $\tau_{\text{раб}}$ – загальний час роботи рухової установки,

Імпульс тяги визначається тактико-технічним призначенням ЛА та є одним із важливих параметрів, що характеризують двигун. Наприклад, для РРД залежно від величини імпульсу тяги вибирають ту чи іншу систему подачі палива.

Питомим імпульсом ракетного двигуна називають відношення тяги до витрат палива:

$$I_y = P / \dot{m}$$

З цієї формули видно, що питомих імпульс дорівнює ефективній швидкості закінчення. Тяга і питомих імпульс залежить від протитиску. Вони збільшуються з його зменшенням, досягаючи максимального значення у вакуумі.

Якщо тяга двигуна постійна протягом усього часу його роботи, то імпульс тяги

$$I_{\Sigma} = P \tau_{\text{раб}}$$

Розділивши на масу витраченого палива, отримаємо $I_y = \frac{P \tau_{\text{раб}}}{M_T} = P / \dot{m}$

Якщо під час роботи двигуна змінюється його тяга, може змінюватися і питомих імпульс. Тоді вводять поняття про середній питомих імпульс

$$I_{y \text{ ср}} = \int_0^{\tau_{\text{раб}}} P(\tau) d\tau / M_T$$

Раніше питомих імпульс виражають у секундах, якщо тяга відноситься до вагової витрати, яку називають питомою тягою

$$P_{y \text{ ср}} = \frac{P}{\dot{G}} = P / (\dot{m} g)$$

Питома імпульс – одне з найважливіших параметрів, що дозволяє судити про ступеня досконалості робочого процесу ефективності застосовуваного палива.

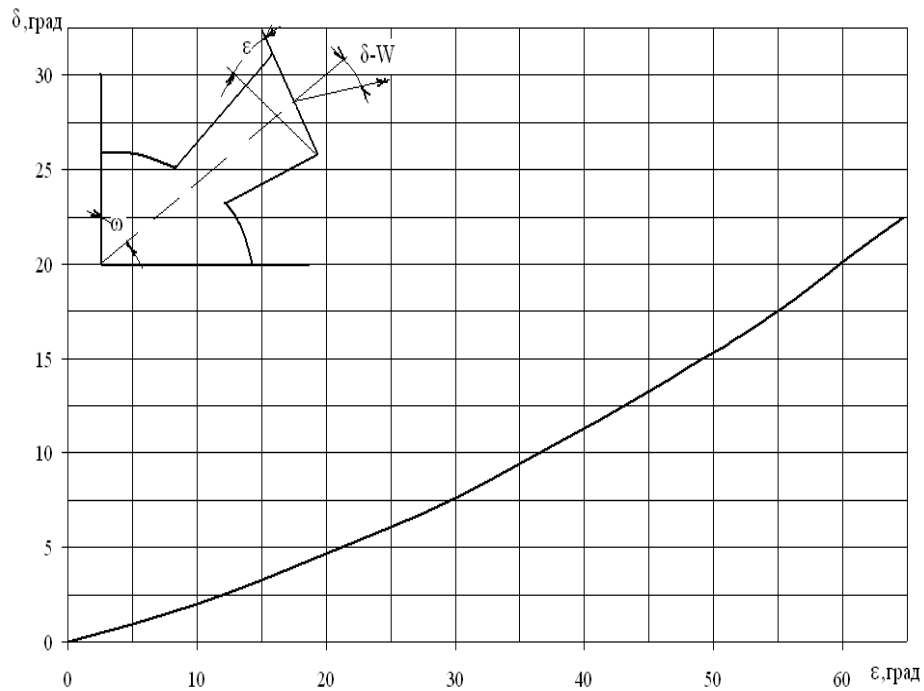
Тенденція розвитку РРД йде шляхом збільшення I_y за рахунок застосування нових енергетично більш ефективних палив, збільшення ступеня розширення ПС в соплі та поліпшення робочого процесу РРД. Однак збільшення ступеня розширення ПС у соплі призводить до зростання маси двигуна та його габаритів, а також до відхилення режиму роботи сопла від оптимального. Тому для кожного випадку вибирається оптимальне значення ступеня розширення ПС у соплі, при якому виходить максимальна дальність польоту ракети.

Під питомою масою двигуна розуміють відношення маси двигуна до його тяги

$$m_{\text{д.у}} = m_{\text{д.з}} / P$$

Питома маса двигуна характеризує ступінь технологічно-конструктивної досконалості двигуна. Для ракет цей параметр дуже важливий, так як зменшення питомої маси двигуна призводить до збільшення дальності польоту ракети при одній і тій же масі ПН або збільшення ПН при збереженні дальності.

Прикладом служби успішне застосування кількох моделей (з різними кутами косоного зрізу) сопел газореактивної системи поділу/відділення об'єктів (ступенів РН) для визначення кутів відхилення потоків газу (від осі сопла) залежно від косоного зрізу. На рис. 11.2 наведено графік цієї залежності, отриманий розрахунково-експериментальним шляхом при $\frac{f_c}{f_{\text{кр}}} = 1,4 - 1,9$ та $k=1,2-1,4$ с, з використанням спеціального тягомірного пристрою [13].



Малюнок 11.2. Відхилення потоку газу від осі сопла залежно від кута косого зрізу

Інші яскраві випадки математичного моделювання та прогнозування можуть бути:

- усунення РОГО (нестійкості польоту РН з аваріями) на виробі 15А30, коли на пропозицію академіка Пилипенко В.В. за рахунок деякого підвищення маси РН коливальні процеси були ліквідовані;

- на одній РН розробки КБ «Південне» усунення нестійкого запуску МД (на старті) шляхом встановлення (у серійних екземплярах) додаткових пластмасових ґрат у камерах згоряння; з подальшим їх згорянням та забезпеченням стабільного нормального запуску ДУ.

У таблиці 2 Додатку (для довідки) наведено співвідношення для розрахунку параметрів термодинамічних процесів.

Примітка: Графік підтверджений експериментальними даними при

$$\frac{f_c}{f_{кр}} = 1,4 \div 1,9 \text{ и } k = 1,2 \div 1,4.$$

12. ПРИКЛАДИ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ МОДЕЛЮВАННЯ В ІНШИХ ГАЛУЗЯХ

У загальному сенсі моделювання (М.) - це дослідження об'єктів пізнання на їх моделях; побудова та вивчення моделей реально існуючих предметів та явищ (живих та неживих систем, інженерних конструкцій, різноманітних процесів – фізичних, хімічних, біологічних, соціальних). До них відносяться об'єкти, що конструюються, з метою визначення, уточнення їх характеристик, раціоналізації способів їх побудови і т.п.

М. зароджувалося і розвивалося з найдавніших часів і знайшло свій відбиток у працях вчених (Леонардо да Вінчі, Ньютона, Галілея та багатьох інших). З появою таких наук як фізика, хімія, математика та інші вони стали класичними «полігонами» методів М. [23] В даний час М. набуло загальнонаукового характеру і застосування в дослідженнях живої і неживої природи, у науках про людину і суспільство. Значним і важливим поштовхом розвитку М. в цілому стала бурхлива поява та впровадження методів ІТ – інформаційних технологій (комп'ютерів).

Але на жаль, незважаючи на величезний прогрес і появи множини публікацій у науково-технічній літературі [1-23], досі не класифіковані та нестандартизовані методи М.

Предметним назвемо М., під час якого дослідження ведеться на моделі, що відтворює осі. геометрії., фізичні, динамічні і функціональні характеристики «оригіналу». На таких моделях вивчаються процеси, що відбуваються в оригіналі – об'єкті дослідження або розробки (вивчення на моделях властивостей, конструкцій, різних механізмів, транспортних засобів тощо). Якщо модель і об'єкт що моделюється мають одну і ту ж фізичну. природу, то мова йде про фізичне М.

Явище (система, процес) може досліджуватися і шляхом дослідного вивчення будь-яких явищ іншої фізичної природи, але такого, що воно описується тими самими математичними. співвідношеннями, що і явище, що моделюється. Наприклад, механічні. та електричні коливання описуються одними й тими ж диференціальними рівняннями; тому за допомогою механічних коливань можна моделювати електричні та навпаки. Таке «предметно-математичне» М. широко застосовується для заміни вивчення одних явищ вивченням інших явищ, зручніших для лабораторного дослідження, зокрема тому, що вони допускають вимірювання невідомих величин (моделювання аналогове). Так, електричне М. дозволяє вивчати на електричних. моделях механічні, гідродинамічні, акустичні та інші явища. Електричне М. лежить в основі так званих. аналогових обчислювальних машин.

При знаковому М. моделями є знакові утворення будь-якого виду: схеми, графіки, креслення, формули, графи, слова та пропозиції в деякому алфавіті (природної. або мистецької мови).

Найважливішим видом знакового М. є математичне (логіко-математичне.) М., яке здійснюється засобами мови математики та логіки (*Математична модель*). Знакові утворення та їх елементи завжди розглядаються разом із

визначальними перетвореннями, операціями з ними, які виконує людина чи машина.

М. іноді називають уявним М. Втім, цей термін часто застосовують для позначення «інтуїтивного» М., яке не використовує жодних чітко фіксованих знакових систем, а протікає на рівні «модельних уявлень». Таке М. є неодмінною умовою будь-якого пізнавального процесу на його початковій стадії.

За характером тієї сторони об'єкта, який піддається М., доречно розрізнити М. структури об'єкта і М. його поведінки (функціонування протікаючих у ньому процесів і т. п.). Це розрізнення суто відносно щодо хімії або фізики, але воно набуває чіткого сенсу в науках про життя, де розрізнення структури і функції систем живого належить до фундаментальних методологічних принципів дослідження, і в кібернетиці, що наголошує на М. функціонування досліджуваних систем.

Для ряду складних явищ (наприклад, турбулентності, пульсацій в областях відриву потоку тощо) користуються стохастичним М., заснованим на встановленні ймовірностей тих чи інших подій. Такі моделі не відбивають весь перебіг окремих процесів у цьому явищі, які мають випадковий характер, а визначають деякий середній, сумарний результат.

М. завжди використовується разом з іншими та спеціальними методами. Насамперед М. тісно пов'язане з експериментом. Вивчення будь-якого явища на його моделі (при предметному, знаковому М., М. на ЕОМ) можна розглядати як особливий вид експерименту: «модельний експеримент», який відрізняється від звичайного (прямого) експерименту тим, що в процес пізнання включається «проміжна ланка» – модель, що є одночасно і засобом, і об'єктом експериментального дослідження, що замінює об'єкт, що вивчається. Модельний експеримент дозволяє вивчати такі об'єкти, прямий експеримент над якими затрудняється, економічно не вигідний, або взагалі неможливий через ті чи інші причини. [М. унікальних (наприклад, гідротехнічних) споруд, складних промислових комплексів, економії, систем, соціальних явищ, процесів, що відбуваються в космосі, конфліктів та бойових дій та ін.].

Можна насамперед розрізнити «матеріальне» (предметне) та «ідеальне» М.; перше можна трактувати як «експериментальне», друге – як «теоретичне» М., хоча таке протиставлення, звичайно, вельми умовне не тільки через взаємозв'язок та взаємний вплив цих видів М., але і наявність таких «гібридних» форм, як "Уявний експеримент". «Матеріальне» М. підрозділяється, як було зазначено вище, на фізичне та предметно-математичне М., а окремим випадком останнього є аналогове М.

Важлива пізнавальна функція М. полягає в тому, щоб бути імпульсом, джерелом нових теорій. Нерідко буває так, що теорія спочатку виникає у вигляді моделі, що дає наближене, спрощене пояснення явища, і постає як первинна робоча гіпотеза, яка може перерости в «предтеорію» – попередницю розвиненої теорії. При цьому в процесі М. виникають нові ідеї та форми експерименту, відбувається відкриття раніше невідомих фактів. Таке «переплетення» теоретичного і експериментального М. особливо характерне для розвитку фізичних теорій (наприклад, молекулярно-кінетичних або теорій ядерних сил).

М. – не лише одне із засобів відображення явищ і процесів реального світу, а й – попри описану вище його відносність – об'єктивний практичний критерій перевірки істинності наших знань, що здійснюється безпосередньо або за допомогою встановлення їх відношення до іншої теорії, що виступає як модель, адекватність якої вважається практично обґрунтованою. Застосовуючись в органічній єдності з іншими методами пізнання, М. виступає як процес поглиблення пізнання, його руху від відносно бідних на інформацією моделей до моделей більш змістовних, що повніше розкриває сутність досліджуваних явищ дійсності.

При М. більш менш складних систем зазвичай застосовують різні види М. .

Яскравими прикладами застосування різних видів М. служить моделювання енергосистем [12], їх підсистем, елементів та процесів, а також М. хімічних реакторів за допомогою фізичного, математичного та аналогового моделювання. Практично у будь-якій галузі та науці використовуються всі зазначені види М. У короткому списку науково-технічних джерел [1-23] можна знайти відповіді на вирішення інженерних проблем / завдань за допомогою моделювання.

СПИСОК ПИТАНЬ ДЛЯ «САМОПРОВІРКИ» І ДЛЯ ВИКОНАННЯ ЗАЛІТНИХ РОБОТ

1. Загальне поняття. Моделювання.
2. Види моделювань.
3. Три теореми з моделювання.
4. Пі-теорема та її суть.
5. Математичне моделювання.
6. Фізичне моделювання.
7. Ключові критерії моделювання.
8. Критерії гідродинамічної подоби.
9. Приклади моделювання тепломасових процесів.
10. Умови критерії відтворення вакуумних умов.
11. Метод аналогового моделювання.
12. Критерій Бонда та приклади його практичного застосування.
13. Приклади моделювання розробки зразків ракетно-космічної техніки.
14. Теплофізична подібність газів та рідин.
15. Електричне моделювання.

ВИСНОВОК

У даному посібнику, моделювання та його методи є найширшим спектром видів і напрямків ефективного застосування.

Його застосування – це творчий пошук нових методів досліджень, тим більше з урахуванням останніх досягнень інформаційних (комп'ютерних) технологій.

Описані характерні та цікаві приклади використання різних видів моделювання при розробці систем та підсистем, вузлів та агрегатів автоматики ракетної техніки. Можна припустити, що вони корисні, цікаві й послужать основою подальших досліджень у процесі розробки нових зразків ракетно-космічної техніки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Двигательные установки ракет на жидком топливе / Под ред. Э. Ринга. – М, Мир, 1968.
2. Эпштейн Л. А. Методы теории размерностей и подібності в задачах гидромеханики судов. – Л.: Судостроение, 1970.
3. Кутателадзе С. С. Анализ подібності и физические модели. – Новосибирск: Наука, 1986.
4. Эйгенсон Л. С. Моделирование. – М.: Сов. наука, 1952.
5. Гухман А. А. Основы теории подобия. – М.: Госэнергоиздат, 1952.
6. Федоткин И. М. Математическое моделирование технологических процессов, М.: – Высш. шк., 1988.
7. Полухин Д. А., Орегценко В. М., Морозов В. А. Отработка пневмогидросистем двигательных установок РН и КА с РРД. – М.: Машиностроение, 1987.
8. Дэшман С. Научные основы вакуумной техники. – М.: Изд. иностр. лит., 1970.
9. Борисенко А. И. Газовая динамика двигателей. – М.: Оборонгиз 1962. – 793 с.
10. Авдудевский В. С. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. / Под ред. В. К. Кошкина. – М.: Машиностроение, 1975. – 623 с.
11. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, М., Наука, 1968.
12. Веников В.А. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики) Изд. Высшая школа, 1966 (2-е изд. ~ 1976 г.)
13. Логвиненко А.И., Порубаймех В.И., Дуплищева О.М. Современные методы испытаний систем и элементов конструкций ЛА, Монография, 2018 (НТБ). (Вакуум, г/д-кие процессы, СН...).
14. Беспилотные летательные аппараты. Под ред. Чернобровкина Л. С., М., «Машиностроение», 1967, с. 439. Авт: Афонин П. М., Глубев И. С., Колотнов Н.И. и др.
15. Deitchman S. J. A method for examination of store separation from aircraft through dynamic model testing at full-scale Mach number, Journal of the Aeronautical Sciences, 1957, vol. 24, N 4, p. 275-280.
16. Вспомогательные системы ракетно-космической техники. (Пер. с англ.). Под ред. И.В. Тишунина. М., «Мир», 1970, с. 400.
17. Книга «Динамика разделения ступеней летательных аппаратов», М. 1977, К. С. Колесиков, В. И. Козлов, В. В. Кокушкин.
18. Стаття «Разработка и моделирование процессов отделения крупногабаритных ракетно-космических блоков», Кокушкин В. В., Петров Н. К., Борзых С. В., Яськов В. В. в журналі Космическая техника и технологии №1/2013.
19. Сайт: kik-sssr.ru
20. Сайт: bstudy.net

Основні критерії подібності теплових та гідравлічних процесів [1.9, 1.20]

№ п.	Критерій	Символ	Найменування	Пояснення
1	$\frac{a\tau}{l^2}$	Fo	Критерій теплової гомохронності (критерій Фур'є)	Характеризує зв'язок між швидкістю зміни температурного поля, фізичними константами та розмірами тіла
2	$\frac{\omega\tau}{l^2}$	Ho	Критерій гідродинамічної гомохронності	Характеризує швидкість зміни поля швидкостей перебігу середовища в часі
3	$\frac{\omega l}{\gamma}$	Re	Критерій режиму руху (критерій Рейнольдса)	Характеризує гідродинамічний режим потоку, будучи мірою відношення сил інерції та молекулярного тертя.
4	$\frac{\omega^2}{gl}$	Fr	Критерій гравітаційної подібності (критерій Фруда)	Є мірою відношення сил інерції та тяжкості в однорідному потоці
5	$\frac{\omega l}{a}$	Pe	Критерій теплової подібності (критерій Пекле)	Є мірою відношення молекулярного та конвективного перенесення тепла в потоці.
6	$\frac{v}{a} = \frac{Pe}{Re}$	Pr	Критерій подібності температурних і швидкісних полів (критерій Прандтля)	Це міра подібності температурних та швидкісних полів у потоці (при Pr=1 та grad p=0 поля температур та швидкостей подібні)
7	$\frac{\Delta P}{\rho\omega^2}$	Eu	Критерій подібності полів тиску (критерій Ейлера)	Є мірою відношення сил тиску та інерції в потоці
8	$\frac{gl^3}{v^2} = \frac{Re^2}{Fr}$	Ga	Критерій подібності полів вільної течії (критерій Галілея)	Є мірою відношення сил молекулярного тертя та тяжкості у потоці
9	$Ga\beta\Delta t = \frac{g\beta\Delta t l^3}{v}$	Gr	Критерій Грасгофа (відношення підйомних і в'язких сил у прикордонному. шарі і т. д.)	Характеризує взаємодію сил молекулярного тертя та підйомної сили, обумовленої відмінністю щільностей в окремих точках неізотермічного потоку

Продовження таблиці 1

10	$\frac{\omega}{a}$	M	Критерій газодинамічної подоби (критерій Маєвського-Маха)	Є мірою відношення між швидкістю перебігу середовища та швидкістю поширення в ній пружних деформацій. \tilde{a}
11	$\frac{r}{c\Delta t}; \frac{r}{\Delta i}$	K	Критерій теплової подоби при фізико-хімічних перетвореннях	Є мірою відношення теплового потоку, що йде на фазове перетворення речовини, до теплоти перегріву (переохолодження) однієї з фаз по відношенню до температури насичення. У формі $\frac{q}{\gamma\omega} = \frac{Nu}{K \cdot Pe}$ – являється мірою відношення швидкості фазового перетворення $\frac{q}{\gamma}$ до швидкості течії даної фази. У формі $\frac{q\ell}{\gamma v} = \frac{Nu}{K \cdot Pr}$ – є мірою відношення інерційних сил у потоці, що виникають під впливом процесу фазового перетворення, до сил внутрішнього тертя, тобто є специфічною формою критерію Re
12	$\frac{\sigma}{(\gamma' - \gamma'')\ell^2}$	We (Be)	Критерій поверхневого натягу (критерій Вебера)	Є мірою співвідношення сили поверхневого натягу та сили тяжіння.
13	$\frac{\alpha\ell}{\lambda}$	Nu	Безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі (критерій Нуссельта)	Характеризує зв'язок між інтенсивністю тепловіддачі та температурним полем у прикордонному шарі потоку.
14	$\frac{\alpha}{c\gamma\omega} = \frac{Nu}{Pe}$	St	Критерій конвективного перенесення тепла (критерій Стентону)	Є мірою відношення інтенсивності тепловіддачі та питомого теплоємності потоку
15	$\frac{\alpha\ell}{\lambda_w}$	Bi	Критерій крайової подоби (критерій Био)	Характеризує зв'язок між полем температур у твердому тілі та умовами тепловіддачі на його поверхні, будучи мірою відношення внутрішнього та зовнішнього термічних опорів

16	$\frac{q_{кр}}{\mu} \sqrt{q\gamma'' \left(1 + \frac{\gamma''}{\gamma}\right) \sqrt{\sigma(\gamma - \gamma'')}}$	K	Критерій стійкості режиму кипіння	Є мірою впливу динамічного процесу пароутворення на стійкість системи пар-рідина при кипінні.
17	$\frac{v}{D}$	Sc	Критерій Шмидта	Характеризує відношення поля швидкостей та поля парціальних тисків або концентрацій (– коефіцієнт дифузії).
18	$\frac{\omega\rho Fc_p}{\lambda L}$	Gz	Критерій Греца	$\omega\rho F$ – маса рідини, що протікає через поперечний переріз F в одиницю часу (напр., кг/год), L – характерний розмір, наприклад, довжина труби
19	$\frac{n_x \rho g d^2}{\sigma}$	Bo	Критерій Бонда	Є ставленням гравітаційних та капілярних сил. Характеризує режим переміщення рідини у ємності.
20	$\frac{\gamma' - \gamma''}{\gamma'} Ga = \left(\frac{\sigma}{v'' \rho^3 g} \right)^{0,5}$	Ar	Критерій Архімеда (критерій підйомної сили)	Характеризує взаємодію сил молекулярного тертя та архімедової сили, обумовленої різницею щільностей в окремих областях даної системи.
21	$\frac{K\ell}{v}$	Sh	Критерій Струхаля	Характеризує рух, що не встановився, що представляє собою коливання довільної форми і частотою K, яку можна задавати довільно.
22	$Re \sqrt{\frac{d}{D}}$	De	Критерій Діна	Характеризує стійкість потоку у криволінійних каналах; - найбільше відношення масових сил у двох точках потоку.
23	$Cr \cdot Pr = \frac{g\beta\ell^3 \Delta t}{\nu a}$	Ra	Критерій Релея	Міра відношення підйомних сил, обумовлених градієнтом щільності та сил в'язкості.
24	$\frac{\rho W^2}{E_b}$	C	Критерій Коши (відношення сили інерції до сили стиск)	Характеризує потік що стискається , E_b – об'ємна пружність рідини, Н/м ²

Характеристики термодинамічних процесів
(індекси 1 і 2 позначають початковий та кінцевий стани)

Процеси	Ізохора $V = \text{const}$	Ізобара $P = \text{const}$	Ізотерма $T = \text{const}$	Адіабата або ізоентропа $S = \text{const}$, $q = 0$	Політропа $PV^n = \text{const}$
Значення показника політропи	$n = \pm\infty$	$n = 0$	$n = 1$	$n = k = \frac{c_p}{c_v}$	$n = \text{const}$
Співвідношення параметрів	$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$PV = \text{const}$ $\frac{P_2}{P_1} = \frac{V_1}{V_2}$	$PV^k = \text{const}$ $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k$; $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$; $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}$	Ті ж формули, що і для адіабати, тільки k замінено на n
Зміна температури ΔT	$T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right)$	$T_1 \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)$	0	$= T_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$ $= T_1 \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$	Ті ж

Продовження таблиці 2

Процеси	Ізохора $V = \text{const}$	Ізобара $P = \text{const}$	Ізотерма $T = \text{const}$	Адіабата або ізоентропа $S = \text{const}$, $q = 0$	Політропа $PV^n = \text{const}$
Тепло Q	$U_2 - U_1 = c_v(T_2 - T_1) = \frac{V(P_2 - P_1)}{k-1}$	$I_2 - I_1 = c_p(T_2 - T_1) = \frac{k}{k-1}P(V_2 - V_1)$	$AL = RT \ln \frac{P_2}{P_1} = T(S_2 - S_1)$	$= 0$	$c_v \frac{n-k}{n-1}(T_2 - T_1) = A \frac{k-n}{k-1} \alpha = \frac{k-n}{(k-n) \cdot (n-1)} R(T_2 - T_1) = \frac{(k-n)RT_1}{(k-1) \cdot (n-1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$
Робота $L = \int PdV$	0	$P(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$	$RT \ln \frac{P_2}{P_1} = RT \ln \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{A} T(S_2 - S_1)$	$U_2 - U_1 = \frac{c_v}{A}(T_2 - T_1) = \frac{1}{k-1}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{RT_1}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$	$\frac{k-1}{A(k-n)} Q = \frac{R(T_2 - T_1)}{n-1} = \frac{1}{n-1}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{RT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$
Робота технічна $L_m = - \int VdP$	$V(P_2 - P_1)$	0	$RT \ln \frac{P_2}{P_1} = RT \ln \frac{V_1}{V_2} = \frac{T}{A}(S_2 - S_1)$	$\frac{1}{A}(I_2 - I_1) = \frac{c_p}{A}(T_2 - T_1) = kL = \frac{k}{k-1}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{kRT_1}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$	$\frac{nR}{n-1}(T_2 - T_1) = \frac{n}{n-1}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{nRT_1}{n-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$

Закінчення таблиці 2.

Процеси	Ізохора $V = \text{const}$	Ізобара $P = \text{const}$	Ізотерма $T = \text{const}$	Адіабата або ізоентропа $S = \text{const}, q = 0$	Політропа $PV^n = \text{const}$
Зміна ентальпії ΔJ	$c_p(T_2 - T_1) = \frac{kV(P_2 - P_1)}{A(k-1)}$	$c_p(T_2 - T_1) = \frac{k}{A(k-1)}P(V_2 - V_1)$	$=0$	AL_T	$\frac{k}{k-1}R(T_2 - T_1) =$ $= \frac{kRT_1}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$
Зміна ентропії ΔS	$c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \ln \frac{P_2}{P_1}$	$c_p \ln \frac{T_2}{T_1} = c_p \ln \frac{V_2}{V_1}$	$R \ln \frac{V_2}{V_1} = R \ln \frac{P_2}{P_1}$	$=0$	$c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}$

